



SCIENTIFIC BULLETIN

**PHYSICAL AND
MATHEMATICAL RESEARCH**

ILMIY XABARNOMA
FIZIKA-MATEMATIKA
TADQIQOTLARI

2026
VOLUME 8
ISSUE 2

ЗАХИРИДДИН
МУҲАММАД БОБУР
НОМИДАГИ АНДИЖОН
ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ANDIJAN STATE
UNIVERSITY NAMED AFTER
ZAKHIRIDDIN
MUKHAMMAD BABUR

ИЛМИЙ ХАБАРНОМА

Физика-математика
тадқиқотлари

SCIENTIFIC BULLETIN

Physical and Mathematical
Research

2026/№2(8)

Андижон
2026 йил

Муассис

Захириддин Мухаммад Бобур номидаги
Андижон давлат университети

ИЛМИЙ ХАБАРНОМА. ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ТАДҚИҚОТЛАРИ

Журнал бир йилда 4 марта чоп этилади.

Андижон вилояти ахборот ва оммавий
коммуникациялар бошқармаси томонидан
2019-йил 26 декабрда
0452 рақам билан рўйхатга олинган.

Нашр индекси: 344

Нашр учун масъул:
Х.А. Махмудов
Н.Ю. Юнусалиев

Босишга рухсат этилди: 27.12.2019.
Қоғоз бичими: 60x81 1/8 Босма табоғи: 13,5
Офсет босма. Офсет қоғози.
Адади: 110 дона.
Баҳоси келишилган нархда.
Буюртма №: 165.
“Мухаррир” нашриёти матбаа бўлимида чоп
этилди.
Тошкент шаҳри, Сўғалли ота кўчаси 7-уй

Тахририят манзили:
170100, Андижон шаҳри, Университет
кўчаси, 129. Телефон: +998911602043.
Факс: (374) 223-88-30

E-mail: adu_xabarnoma@mail.ru Расмий сайт:
<https://asujournal.uz/>

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ РЕДКОЛЛЕГИИ

Зайнобидинов Сирожиддин –
доктор физико-математических наук
(DSc), профессор, академик
Академии наук Республики
Узбекистан.

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ РЕДКОЛЛЕГИИ

Акбаралиев Бахтиёр Бакирович –
доктор технических наук (DSc),
профессор, ректор Андижанского
государственного университета
имени З. М. Бобура.

ФИЗИКА

**Утамурадова Шарифа
Бекмурадовна** – доктор физико-
математических наук (DSc),
профессор, директор Научно-
исследовательского института
физики полупроводников и
микроэлектроники при
Национальном университете
Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

**Маматкаримов Одилжон
Охундаевич** – доктор физико-
математических наук (DSc),
профессор, ректор Наманганского
инженерно-технологического
института.

Олимов Хусниддин Косимович –
доктор физико-математических наук
(DSc), профессор, директор Физико-
технического института НПО
«Физика-Солнце» Академии наук
Республики Узбекистан.

Каримов Иброхим Набиевич –
доктор физико-математических наук
(DSc), профессор, профессор кафедры
физики Андижанского
государственного университета
имени З. М. Бобура.

**Тургунов Нозимжон
Абдуманнопович** – доктор физико-
математических наук (DSc),
профессор, заместитель директора
Научно-исследовательского
института физики полупроводников и
микроэлектроники при
Национальном университете
Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Исмаилов Канатбай Абдреймович – доктор физико-математических наук, профессор Каракалпакского государственного университета.

Каражанов Смагул – доктор физико-математических наук (DSc), старший научный сотрудник отдела солнечной энергетики Института энергетических технологий, Кьеллер, Норвегия.

Рембеза Екатерина Станиславовна – доктор физико-математических наук (DSc), профессор Воронежского государственного университета.

Вайткус Юозас Юозович – доктор физико-математических наук (DSc), профессор, академик Академии наук Литвы.

Абдужабборов Ахмаджон – доктор физико-математических наук (DSc), профессор, главный научный сотрудник Института астрономии Академии наук Республики Узбекистан.

Бобоев Акрамжон Йулдашбоевич – доктор физико-математических наук (DSc), декан физико-технического факультета Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

Курбанов Азизжон Обитжонович – кандидат физико-математических наук, доцент Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

Мадаминов Хуршиджон Мухамедович – кандидат физико-математических наук, доцент Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

ТЕХНИКА

Мамадалимов Абдугафур Тишабаевич – доктор физико-математических наук (DSc), профессор, академик Академии наук Республики Узбекистан.

Содиков Илхом Исмаилович – доктор физико-математических наук (DSc), профессор, директор Института ядерной физики Академии наук Республики Узбекистан.

Ашуров Хотам Бахронович – доктор технических наук (DSc), профессор, директор Института ионно-

плазменных и лазерных технологий имени У. А. Арифова Академии наук Республики Узбекистан.

Далиев Хожакбар Султанович – доктор физико-математических наук (DSc), профессор, директор Ташкентского филиала Национального исследовательского университета «МЭИ».

Алиев Раимжон Усмонович – доктор технических наук (DSc), профессор Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

Юлдашев Носиржон Хайдарович – доктор технических наук (DSc), профессор Ферганского политехнического института.

Касимахунова Анора Мамасодиқовна – доктор технических наук (DSc), профессор Ферганского государственного университета.

Тагаев Марат Баймуратович – доктор технических наук (DSc), профессор Каракалпакского государственного университета имени Бердаха.

Мансуров Хатамжон Жураевич – кандидат физико-математических наук, доцент, декан физического факультета Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

МАТЕМАТИКА

Арзикулов Фарходжон Неъматович – доктор физико-математических наук, профессор Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

Кайгородов Иван – доктор физико-математических наук, профессор Университета Бейра Интериор, Ковильян, Португалия.

Xabier Garcia Martinez – профессор кафедры математики Университета Виго, Виго, Испания.

Мамадалиев Нуманжон Олимжонович – доктор физико-математических наук (DSc), профессор Национального университета Узбекистана.

Каримжанов Икболжон Абдулазизович – PhD по физико-математическим наукам, доцент, проректор Андижанского государственного университета.

Ибайдуллаев Туланбой Турсунбоевич – кандидат физико-математических наук, доцент, декан математического факультета Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

Умрзаков Нодирбек Мухаммадович – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой алгебры Андижанского государственного университета имени З. М. Бобура.

Абдурахманов Жамолидин Комолдинович – кандидат физико-

математических наук, доцент Андижанского государственного университета.

РЕДАКТОР

Махмудов Хушруй Абдулазизович – PhD по физико-математическим наукам, Андижанский государственный университет.

Юнусалиев Нуритдин Юнусали угли – PhD по физико-математическим наукам, Андижанский государственный университет.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<u>ФИЗИКА</u>	
A.Y. Boboyev, Z.M.Ibrohimov, A.K.Rafikov, G.I. Numonjonova, O.Sh. Mo'minov. RODI atomlarining neytron-legirlangan kremniydagi diffuziyasi va ularning tuzilmaviy, fazaviy o'zgarishlarga ta'siri	7
N.K.Xakimova, G.M.Mo'minova Yuzasiga ishlov berilgan tabiiy o'simliklardan qo'g'a tolalarining elektrofizik xossalari	13
A.Y. Boboyev, B.D. G'ulomov, O. Dexqonboyev ZnO asosidagi nanotuzilmalarni sintez qilish usullarining hosil bo'lish mexanizmlari, tuzilmaviy xossalari va fotoelektrik qo'llanilishi.	19
Xidirov Dadaxon Sherqo'ziyevich, Nurmatov Ozodbek Ravshanboy o'g'li Termovakuumli bug'latish usuli bilan olingan ZnO:Al yupqa plyonkalarining optik xossalari	26
A.T. Mamadalimov, Sh.B.Utamuradova, N.K.Khakimova, S.U.Umarova, Sh.M.Norbekov, D.E.Xazratov, D.A.Azimova Paxta tolalarining optik xususiyatlarini tadqiq qilish	31
С.С. Насриддинов, А. Мавлянов, Д.М.Есбергенов Возможности и перспективы терагерцовой спектроскопии в анализе структуры биомолекул	39
Z.M.Soxibova Fotoenergetika yarimo'tkazgichli materiallarini olish usullari	45
M.A.Naimjonov, A.A.Abdukarimov, O.O.Mamatkarimov, A.X.Yunusov. TiO ₂ yarimo'tkazgichli metall oksidi asosidagi quyosh elementi elektrolitining elektrofizik xossalariga past dozali γ -nurlanishlari ta'siri	51
Алиев Шавкат Бахтияр угли Математическая модель термической обработки зубчатой рейки швейной машины с помощью лазерного луча	61
М.К.Махкамов, С.С.Ахмаджонов, Ш.М.Комилов Обобщение метода Римана для магистральном газопроводе при квадратичном законе сопротивления	66
A.I. Zokirov Investigation Of Optical And Structural Properties Of CdTe Thin Films Obtained By Thermal	72
A.Y.Boboyev, B.D.G'ulomov, B.A.Karimov ZnO:Al nanostrukturalarining fotokatalitik xossalarini comsol multiphysics asosida modellashtirish	76
A.Y.Boboyev, B.D.G'ulomov, B.A.Karimov ZnO:Al nanokompozitlarining fotokatalitik xossalarini tadqiq qilish	82
A.M. Kasimaxunova, Q.Sh. Mamarasulov	88

Nostatsionar quyosh nurlanishi sharoitida fototermoelektrik modullarning energiya samaradorligini tadqiq etish uchun eksperimental qurilmani ishlab chiqish va modellashtirish	
<u>MATEMATIKA</u>	
A.X.Akbarov A pursuit problem in the linear game with constant coefficient under H – constraints	94
Eshondedayev Faxriddin Jaxongir o‘g‘li Chekli sohadan cheksiz sohaga o‘tishda kasr tartibli buziluvchi tenglamalar uchun bridging teoremasi	99
Eshondedayev F.J, Davlataliyeva U.U. Statistik mexanikaning ba’zi modellariga mos funksiyalarning p-adik dinamikasi va uning tadbiqlari: no-bir jinsli potts-bethe operatori uchun yangi kontraktivlik teoremasi	104
Ibaydullayev To‘lanboy Tursunboyevich Azamov integral chegaralanishi bilan sodda va inertsion harakatlanuvchi o‘yinchilar uchun quvish masalasini yechishning bir usuli haqida	108
Ж.Д.Дехконов Слабо периодические гиббсовские меры для модели изинга на дереве кэли порядка два	114
Muradov R.S. Statistik gipotezalarni tekshirish uchun kriteriylar va z kriteriy misolida statistik kriteriy quvvatini hisoblash	118
F.T. Abduxalilov, O.R. Bozorova Chiziqli giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema va uning eksponensial turg‘unligi	124
Mirjavohir Mirov Faxriddinovich, Abubakir Shermatov Bahranovich, Alisher Latifovich Abduvokhidov Horizon structure of a black hole surrounded by perfect fluid in rastall gravity	134
S.S.Jo‘raboyev, M. A.Abdumitalipova $ G = p^3$ bo‘lgan gruppaning markazi va kommutanti yordamida tasnifi	140
<i>Правила оформления статьи</i>	146

RODI atomlarining neytron-legirlangan kremniydagi diffuziyasi va ularning tuzilmaviy, fazaviy o'zgarishlarga ta'siri

A.Y. Boboyev¹, Z.M.Ibrohimov², A.K.Rafikov³, G.I. Numonjonova, O.Sh. Mo'minov.

¹ Andijon davlat texnika instituti

² Z.M.Bobur nomidagi Andijon davlar universiteti

³ O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Yadro fizikasi instituti

Annotatsiya: mazkur ilmiy tadqiqot ishida neytron-legirlangan kremniy monokristallarida rodiiy atomlari diffuziyasining kristall panjara tuzilmasiga, fazaviy tarkibiga hamda mikrokuchlanishlar holatiga ta'siri rentgen difraksiyon usul yordamida kompleks tarzda o'rganildi. Tadqiqot obyekti sifatida bor bilan legirlangan p-tipi kremniy monokristallari tanlandi. Eksperimental jarayonda boshlang'ich namuna, yuqori haroratli termik ishlodan o'tgan namuna hamda rodiiy atomlari diffuziyasi amalga oshirilgan namunalarning sekin va tez sovitilgan holatlari o'rganildi. Rentgen difraksiyon o'lchovlar Empryrean Malvern difraktometri yordamida Bragg–Brentano geometriyasida $2\theta = 10^\circ\text{--}80^\circ$ burchaklar oralig'ida amalga oshirildi. Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, barcha namunalarda asosiy difraksiyon maksimum kremniyning (111) kristallografik tekisligiga mos keladi va bu namunalarning yuqori darajada orientatsiyalangan monokristall ekanligini tasdiqlaydi. Yuqori haroratli termik ishlodan so'ng (111)Si refleksi intensivligi ortib, panjara parametrlari kengayganligi aniqlandi, bu kristall panjarada mikrokuchlanishlarning relaksatsiyasi va strukturaviy tartiblanish bilan izohlanadi. Rodiiy atomlari diffuziyasidan so'ng esa (111) refleksi yuqori burchak tomon siljishi kuzatilib, panjara doimiylarining kamayishi va kristall panjaraning zichlanishi aniqlangan. Bundan tashqari, SiB_6 fazasi hamda SiOx klasterlari shakllanishi kuzatildi. Faqat tez sovitilgan namunalarda SiRh silitsid nanofazalarining hosil bo'lishi qayd etildi. (222)Si va (111)Si reflekslari intensivliklarining nisbati asosida kristall panjaradagi mikrokuchlanishlarning evolyutsiyasi tahlil qilindi. Natijalar rodiiy atomlari kremniy panjarasida diffuziya qilganda strukturaviy deformatsiyalar, yangi fazalar hosil bo'lishi hamda mikrostrukturaviy o'zgarishlar yuzaga kelishini ko'rsatdi.

Kalit so'zlar: kremniy monokristallari, rodiiy diffuziyasi, neytron legirlash, rentgen difraksiyasi, SiB_6 fazasi, silitsid nanofazalar, kristall panjara, mikrokuchlanish.

Аннотация: в данной работе исследовано влияние диффузии атомов родия на структуру и фазовые преобразования в нейтронно-легированных монокристаллах кремния методом рентгенодифракционного анализа. В качестве объектов исследования использовались бор-легированные монокристаллы кремния p-типа. Были изучены исходный образец, образец после высокотемпературной термической обработки, а также образцы после диффузии родия с медленным и быстрым охлаждением. Рентгенодифракционные измерения проводились на дифрактометре Empryrean Malvern в геометрии Брэгга–Брентано в диапазоне углов $2\theta = 10^\circ\text{--}80^\circ$. Полученные результаты показали, что основной дифракционный максимум соответствует кристаллографической плоскости (111) кремния. После термической обработки интенсивность линии (111)Si увеличилась, что связано с релаксацией внутренних микродеформаций и улучшением структуры кристалла. После диффузии родия наблюдается смещение дифракционного максимума в сторону больших углов, что свидетельствует о сжатии кристаллической решетки. Кроме того, обнаружено образование фаз SiB_6 и кластеров SiOx . Нанофазы силицида родия (SiRh) наблюдались только в образцах с быстрым охлаждением. Отношение интенсивностей запрещенного отражения (222)Si к основному (111)Si использовано для оценки микродеформаций в кристаллической решетке.

Ключевые слова: кремний, диффузия родия, нейтронное легирование, рентгенодифракция, силицидные фазы, микродеформации.

Abstract: this study investigates the influence of rhodium diffusion on the crystal lattice structure and phase transformations in neutron-doped silicon monocrystals using X-ray diffraction analysis. Boron-doped p-type silicon monocrystals were used as the main research material. Several experimental samples were prepared including an initial reference sample, a thermally annealed sample, and rhodium-diffused samples subjected to slow and rapid cooling regimes. X-ray diffraction measurements were performed using an Empryrean Malvern diffractometer in Bragg–Brentano geometry within the angular range of $2\theta = 10^\circ\text{--}80^\circ$. The results show that the dominant diffraction peak in all samples corresponds to the (111) crystallographic plane of silicon, confirming the highly oriented monocrystalline structure. Thermal annealing increased the intensity of the (111)Si reflection and slightly

expanded the lattice parameter due to relaxation of internal microstrains. After rhodium diffusion, the diffraction peak shifted toward higher angles indicating lattice contraction caused by rhodium incorporation into the silicon lattice. Additional phases including SiB_6 nanocrystals and SiO_x clusters were detected. Rhodium silicide (SiRh) nanophases were observed only in rapidly cooled samples. The ratio of forbidden (222)Si to main (111)Si reflections was used to evaluate microstrain evolution in the crystal lattice. The results demonstrate that rhodium diffusion significantly modifies the structural state, lattice parameters, and phase composition of neutron-doped silicon.

Keywords: *silicon monocrystals, rhodium diffusion, neutron doping, X-ray diffraction, silicide nanophases, SiB_6 phase, crystal lattice microstrain.*

I. Kirish.

Nanoelektronika va mikroelektronika sohasida ishlab chiqariladigan mahsulotlarning yuqori samaradorligi va ishlash kuchini ta'minlash uchun yuqori tozalik va mukammal strukturaga ega materiallar muhim hisoblanadi. Shuningdek, bu materiallar ma'lum bir fizik-kimyoviy xususiyatlarga, masalan, yuqori yorug'lik va elektrik o'tkazuvchanlikka ega bo'lishi lozim [1]. Kremniy (Si) - bu bunday materiallardan biri bo'lib, uning muhim xususiyati shundaki, uning elektrik xususiyatlari va tuzilmaviy ustunliklari begona kirishma elementlariga sezgirligidir. Bu esa o'z navatida yuqori tozalikka ega kristallarni olish uchun yuksak darajada o'stirish laboratoriya muhiti talab qiladi [2]. Monokristallik kremniy mikroelektronikadagi eng muhim materiallardan biri hisoblanadi, chunki u yuqori ishlash darajasidagi yarimo'tkazgichlar, tranzistorlar va diodlar ishlab chiqarishda ishlatiladi. Ammo, uning fizik va ximik xususiyatlari o'zgarishi mumkin bo'lgan turli muammolarga, masalan, legirlovchi elementlar yoki tuzilmaviy nuqsonlarga sezgir bo'lishi mumkin. Masalan, kremniy panjarasini legirlash orqali uning elektr va optik xususiyatlarini o'zgartirishga yoki yangi fazaviy strukturalar yaratishga erishish mumkin [3].

Neytron-legirlash jarayonida kremniyga neytronlar ta'sirida yangilangan strukturalar, ya'ni, mikrokuchlanishlar va nuqsonlar holati o'zgaradi. Neytronlar materialga ta'sir etish orqali bundan keyingi diffuziya va tarkibiy o'zgarishlarni shakllantiradi [4]. Bu jarayon natijasida legirlovchi atomlar, masalan, rodiiy (Rh), platina (Pt) va nikel (Ni), kremniy panjarasining tuzilmaviy barqarorligini yaxshilash yoki yangi fazaviy strukturalarni shakllantirishga sabab bo'ladi [5]. Shunday qilib, neytron-legirlangan kremniy o'zining elektr va

mexanik xususiyatlarini to'g'rilashga yordam beradi.

Rh, Pt va Ni kremniy panjarasiga kiritilganida, ular kremniydagi nuqsonlar va tuzilmaviy barqarorliklarni o'zgartirishga ta'sir qiladi [6]. Bunday metallar bilan legirlash natijasida yangi fazalar, nanoqatlamlar va nanoimpuritar strukturalar shakllanadi. Bu jarayon o'zining singarlik, elektrik va optik xususiyatlarini o'zgartira oladi, shuningdek, materialning ishlash samaradorligini oshirishga yordam beradi. Ushbu tuzilmaviy nomuvofiqliklar va mikrokuchlanishlardan foydalanish yangi avlod yarimo'tkazgichlarining ishlashini optimallashtirish va unumdorligini oshirishga hissa qo'shadi. Shu munosabat bilan ushbu maqolada Rh atomlarining neytron-legirlangan kremniydagi diffuziyasi va ularning tuzilmaviy, fazaviy o'zgarishlarni rentgenotuzilmaviy tadqiqot usuli yordami o'rganilgan.

II. Namunalar va tadqiqot usullari.

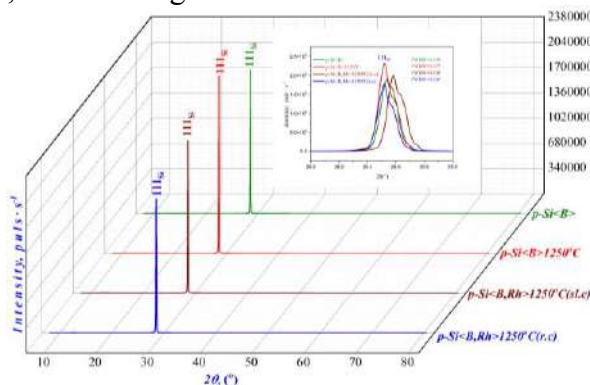
Rh atomlarini kremniyga kiritish jarayoni gaz fazasidan diffuziya usulida amalga oshirildi. Bu usulda vakuumli ampulalarda rodiiy atomlari kristall panjarasiga diffuziya qilib kirib, yangi tuzilmalar va fazaviy o'zgarishlar shakllantirishi mumkin. Amaliy jarayonda 1250°C haroratda 5 soat davomida ishlangani, rodiiy atomlarining kremniydagi mikro- va makroskopik o'zgarishlarni o'rganish uchun optimal sharoitlarni yaratdi. Namunalarning turli sovitish rejimlari eksperimental tuzilishning muhim qismi hisoblanadi, chunki bu rejimlar tuzilmaviy va fazaviy o'zgarishlarning turli dinamikasini ko'rsatadi. Sekin sovitish (*sl.c.*, $\theta = 5 \div 10^\circ\text{C/min}$) jarayonida, material bo'ylab haroratning asta-sekin taralishi natijasida, kristall panjarasida ko'proq mikrokuchlanishlar va fazaviy mukammallashishlar o'zgarishi mumkin. Tez sovitish (*r.c.*, $\theta = 250 \div 300^\circ\text{C/min}$) rejimida esa,

kremniy va legirlovchi atomlar orasida diffuziya tezlashadi, bu esa yangi nanostrukturali fazalarning shakllanishini olib kelishi mumkin.

Tayyorlangan barcha namunalarning tuzilmaviy hamda fazaviy o'zgarishlarni aniqlash (Empyrean Malvern) rentgenodifraktometri yordamida amalga oshirildi. Rentgenodifraksion o'lchovlar Bregg-Brentano geometriyasida o'tkazilib, tarqalish burchi $2\theta = 10^\circ \div 80^\circ$ bo'lgan diapazonda uzluksiz skanerlash tezligi 1gradus/min etib belgilandi. Bunda burchak qadami 0.02 gradus etib olindi. Tuzilmaviy cho'qqilarning maksimal qiymatlarini aniqlash va olingan natijalarga grafik ishlov berish uchun OriginPro2022 dasturiy ta'minotidan foydalanildi.

III. Tadqiqot natijalari va ularning muhokamasi.

1-rasmda barcha tayyorlangan namunalarning rentgenogrammalari keltirilgan. Rentgenogrammalarning tahliliy natijalari yordamida barcha namunalarning sirti (111) kristallografik yo'nalishiga tegishli ekanligi aniqlangan. Boshlang'ich namunlar rentgenogrammalarida (111)_{Si} akslanishi $2\theta = 28,53^\circ$ burchakda kuzatilib, tekisliklar orasidagi masofasi $d = 3,109 \text{ \AA}$ ni tashkil etdi. Bu natija, namunaning dastlabki (toza), hech qanday ishlov berilmagan holatdagi kristall panjara doimiysi $5,3474 \text{ \AA}$ bo'lgan xolatini ko'rsatadi.

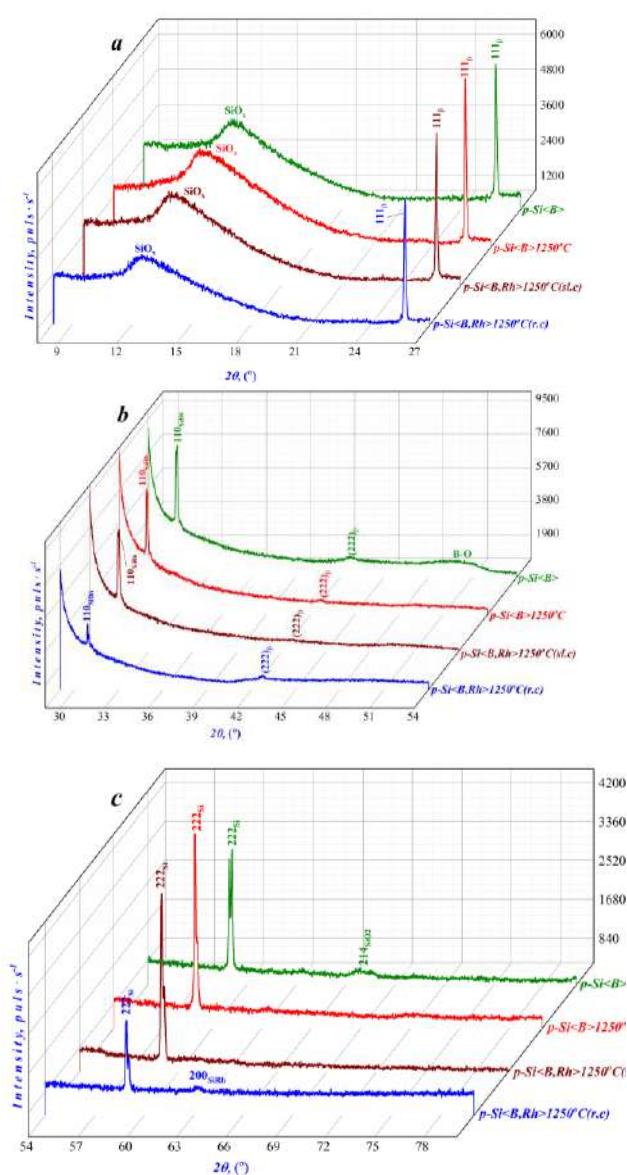


1-rasm. Boshlang'ich NLK Si (yashil chiziq), 1250 °C da 5 soat davomida termik ishlov berilgan NLK Si (qizil chiziq), 1250 °C da rodiiy atomlari diffuziya qilinib sekin sovutilgan NLK Si (jigarrang chiziq) va 1250 °C da rodiiy atomlari diffuziya qilinib tez sovutilgan NLK Si (ko'k chiziq) rentgenogrammalari.

1250°C haroratda 5 soatlik issiqlik ishlovdan so'ng, (111)Si cho'qqisining intensivligi $1,95 \cdot 10^6 \text{ imp/s}$ dan $2,4 \cdot 10^6 \text{ imp/s}$ gacha ortdi va tekisliklar orasidagi masofa $d = 3,113 \text{ \AA}$ ga ortib, panjara doimiysi $5,3543 \text{ \AA}$ gacha kengaygan. Bu esa o'z navbatida yuqori haroratli issiqlik ishlovlari panjara tuzilmasining ba'zi qismlarini yumshatishi va namunalarning sirtiy soxlarida mikrokuchlanishlarni kamayishidan dalolat beradi [7]. 1250°C haroratda 5 soat mobaynida Rh atomlari diffuziyalanib, so'ngra sekin sovutilgan ($\theta = 10^\circ \text{C/min}$) namuna rentgenogrammasida (111)Si akslanishi nisbatan yuqori burchali sochilishlar tomon ($2\theta = 28,60^\circ$) siljigan holda kuzatilgan. Tekisliklar orasidagi masofa $d = 3,103 \text{ \AA}$ ga, panjara doimiysi esa $5,3364 \text{ \AA}$ gacha kamayishi kuzatilgan. Bu holat, rodiiy atomlarining kremniy panjarasiga diffuziya qilishi natijasida panjaraning zichlanishidan dalolat beradi [8]. Rodiiy atomlari kremniy panjarasiga kirib, uning ichki strukturasi o'zgartirib, yangi fazaviy o'zgarishlarga sabab bo'ldi [9]. 1250°C haroratda 5 soat mobaynida Rh atomlari diffuziyalanib, so'ngra tez sovutilgan namunalarning rentgenogrammalarida (111)Si akslanish $2\theta = 28,53^\circ$ burchakda siljish va panjara doimiysi $5,3496 \text{ \AA}$ ga ortishi kuzatilgan. Bu jarayon, rodiiy atomlari kremniy panjarasiga kirib qolib, uning ichki strukturasi o'zgartirishidan dalolat beradi [10]. Shuningdek, barcha namunalarda subkristallit o'lchamlari $\sim 62 \text{ nm}$ atrofida barqaror bo'lib, bu har bir namunaning ichki strukturasi bir xil darajada bo'lishini ko'rsatadi. Subkristallitlarning bir xil o'lchami, materialning sifatli bo'lishini va turli ishlovlar ta'sirida o'zgarishlar yuz bermasligini bildiradi [11].

Shuningdek, ikkilamchi fazalar va klasterlar shakllanishi natijasida barcha namunalarning rentgenogrammlarida kremniydan tashqari bir nechta tuzilmaviy akslanishlar ham kuzatilgan (2-a, b va c rasmlar). Kichik burchakli sochilishlarda ($2\theta = 8^\circ \div 18^\circ$ orlag'ida) SiOx ga tegishli bo'lgan diffuzion akslanishlar kuzatilgan (2-a rasm). Bular kichik o'lchamli ($1 \div 3 \text{ nm}$) klasterlar tegishli bo'lib, ular kremniy sirtidagi to'yinmagan bog'lar va fon kirishmasi bo'lgan kislorod atomlarining o'zaro ta'siri natijasida shakllangan yangi amorf fazalarni tashkil qilishidan dalolat beradi [12].

Bundan tashqari, barcha namunalar rentgenogrammalarining $2\theta = 30,9^\circ$ burchakli sochilishlarida tuzilmaviy SiB6 birikmasiga tegishli akslanishlar kuzatilgan (2-b rasm). Ular panjara doimiysi $a=4,134 \text{ \AA}$ bo'lgan Pm3m fazoviy guruhiga tegishli kub elementar kataklardan tashkil tongan nanokristallitlar ekanligidan dalolat beradi. Tez sovutilgan namunada ularning o'lchami eng katta qiymatga (79,1 nm) yetgan. Bu fazaning mavjudligi texnologik va nazariy o'zgarishlar hamda to'g'ri sovitish shartlari fazalarning rivojlanishiga ta'sirni ko'rsatadi [13].



2-rasm. Kichik (a), o'rta (b) va yuqori (c) burchakli sochilishlarda boshlang'ich NLK Si (yashil chiziq), 1250 °C da 5 soat davomida termik ishlov berilgan NLK Si

(qizil chiziq), 1250 °C da rodiiy atomlari diffuziya qilinib sekin sovutilgan Si (jigarrang chiziq) va 1250 °C da rodiiy atomlari diffuziya qilinib tez sovutilgan Si (ko'k chiziq), rentgenogramma shakllari.

Faqat rodiiy atomlari diffuziya qilinib, tez sovutilgan namunalar rentgenogrammalarining $2\theta = 63,2^\circ$ burchakli sochilishlarida rodiiy silitsidi (SiRh) birikmasiga tegishli akslanish kuzatilgan (2-c rasm, ko'k rangli chiziq). Mazkur akslanishning eksperimental qiymatlari yordamida panjara doimiysi $a = 2,983 \text{ \AA}$ bo'lgan Pm3m fazoviy guruhiga tegishli kub elementar kataklardan tashkil topgan 20,7 nm o'lchamli kristallit ekanligi aniqlandi. Bu esa tez sovutilish natijasida Rh atomlarining kremniy panjarasiga kirishi natijasida yangi fazaviy tuzilmaning shakllantirishidan dalolat beradi [14]. Shuningdek, faqat boshlang'ich namunalar rentgenogrammalarining $2\theta = 66,8^\circ$ burchakli sochilishlarida SiO2 fazasiga tegish akslanish ham kuzatilgan (2-c rasm, yashil rangli chiziq). Bu esa kristall panjaraning nuqsonga moyil sohlarida kichik (7,4 nm) o'lchamli kristallitlar mavjudligidan dalolat beradi. Odatda bunday kristallitlar kislorod atomlari va kremniy atomlarining o'zaro ta'siridan paydo bo'lgan amorf fazaning bir qismi sifatida qaraladi [15].

Ma'lumki kristall panjarasidagi ichki kuchlanishlarni aniqlash uchun olmossimon tuzilmalar uchun taqiqlangan (222)Si akslanish intensivligining asosiy (111)Si akslanish intensivligiga nisbati $I(222)/I(111)$ hisoblandi [16]. Bu koeffitsiyent panjaradagi ichki kuchlanishlarning darajasini ko'rsatadi va shu orqali materialdagi mikroskopik tuzilmaviy o'zgarishlar 1-jadvalda keltirilgan.

Tez sovutilgan namunada mikrokuchlanishlarning qariyb 2 marta kamayishi Rh atomlarining kremniy panjarasidagi dislokatsiya va nuqsonlar sonini kamaytirishga xizmat qilishi aniqlandi.

1-jadval

Namuna holati	$I_{(222)}/I_{(111)}$	Kristall panjara holati tahlili
Boshlang'ich NLK	$1,65 \cdot 10^{-3}$	Neytron legirlashdan keyingi qoldiq

		mikrokuchlanishlar [17]
1250°C termik ishlov	$2,37 \cdot 10^3$	Harorat ta'sirida mikrokuchlanishlarning ortishi [16]
Si<B,Rh> (sekin sovitish)	$2,02 \cdot 10^{-3}$	Rodiy atomlari mikrokuchlanishni qisman kamaytirgan [18]
Si<B,Rh> (tez sovitish)	$1,30 \cdot 10^{-3}$	Mikrouchlanishlarning sezilarli kamayishi [19]

IV.Xulosa:

Yuqori haroratli termik ishlov berish natijasida kremniy kristall panjarasining ba'zi qismlari yumshashi va mikrokuchlanishlarning kamayishi tufayli (111)_{Si} tuzilmaviy akslanish intensivligi $1,95 \cdot 10^6$ imp/s dan $2,4 \cdot 10^6$ imp/s gacha ortishi hamda panjara doimiysining $a = 5,3523$ Å gacha kengayishi aniqlandi. Rh atomlari kiritilgandan so'ng namunalarni sekin sovitish panjaraning zichlanishiga $a = 5,3354$ Å, tez sovitish esa uning kengayishiga $a = 5,3471$ Å olib kelishi aniqlandi. Barcha namunalarda SiB₆ birikmasiga tegishli akslanishlar kuzatilib, ular panjara doimiyisi $a = 4,134$ Å bo'lgan Pm3m fazoviy guruhiga tegishli kub elementar kataklardan tashkil tongan nanokristallitlar ekanligi aniqlandi. Tez sovitilish natijasida Rh atomlarining kremniy panjarasiga kirishi natijasida yangi fazaviy tuzilmaning shakllantirishi hamda nuqsonga moyil sohlarida kichik (7,4 nm) o'lchamli SiO₂ kristallitlar amorf fazaning bir qismi sifatida o'z-o'zidan tashkil topishi aniqlandi.

ADABIYOTLAR

- [1]. Boboev A. Y., Ergashev B. M., Yunusaliyev N. Y., Madaminjonov J. S. Electrophysical Nature of Defects in Silicon Caused by Implanted Platinum Atoms // *East European Journal of Physics*. – 2025. – No. 2. – P. 431–435. – DOI: 10.26565/2312-4334-2025-2-53.
- [2]. Boboev A. Y., Makhmudov K. A., Ibrokhimov Z. M. Long-Term Relaxation Processes of Electrical Conductivity in Compensated Si<B,S> and Si<B,Rh> Monocrystals // *East European Journal of Physics*. – 2025. – No. 2. – P. 436–440. – DOI: 10.26565/2312-4334-2025-2-54.
- [3]. Boboev A. Y., Urinboev J. A., Odilov Sh. I. Vliyanie primesnyh atomov rodiya i iridiya na emkostnye harakteristiki Si–SiO₂ struktur //

- Экономика и социум. – 2021. – No. 6(85). – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-primesnyh-atomov-rodiya-i-iridiya-na-yomkostnye-harakteristiki-si-sio2-struktur>
- [4]. Enesca A., Duta A. The influence of organic additives on the morphologic and crystalline properties of SnO₂ obtained by spray pyrolysis deposition // *Thin Solid Films*. – 2011. – Vol. 519, No. 17. – P. 5780–5786. – DOI: 10.1016/j.tsf.2010.12.199.
 - [5]. Escobar A., Moctezuma R. E., Donado F. Optimisation of the crystallisation process through staggered cooling in a nonvibrating granular system // *Scientific Reports*. – 2025. – Vol. 15. – Art. 1030. – DOI: 10.1038/s41598-024-84285-4.
 - [6]. Gavva V. A., Gusev A. V., Kotereva T. V. Diagnostics of impurity composition of high-purity monosilane by results of the analysis of a test silicon single crystal // *Modern Electronic Materials*. – 2016. – Vol. 2, No. 4. – P. 112–115. – DOI: 10.1016/j.moem.2016.11.002.
 - [7]. Goushcha A. O., Tabber B., et al. Silicon photoresistive sensors with improved performance // *Journal of Applied Physics*. – 2018. – Vol. 123. – Art. 044505. – DOI: 10.1063/1.5006819.
 - [8]. Makara V. A. X-ray Diffraction Study of the Effect of Neutron Irradiation on the Defect Formation in Silicon Crystals Grown by the Czochralski Method and Annealed at High Temperatures // *Physics of the Solid State*. – 2005. – Vol. 47, No. 10. – P. 1863. – DOI: 10.1134/1.2087738.
 - [9]. Nguyen Q. N., Li K. K., Ding Y., Janssen A., Huang Z., Chi M., Xia Y. Facile Synthesis of Rhodium-Based Nanocrystals in a Metastable Phase and Evaluation of Their Thermal and Catalytic Properties // *Small Methods*. – 2025. – Vol. 9. – Art. 2401143. – DOI: 10.1002/smt.202401143.
 - [10]. Pappaianni G., Montanari F., Bonechi M., Zangari G., Giurlani W., Innocenti M. Electrodeposition of Nanostructured Metals on n-Silicon and Insights into Rhodium Deposition // *Nanomaterials*. – 2024. – Vol. 14, No. 24. – Art. 2042. – DOI: 10.3390/nano14242042.
 - [11]. Pintilie I., Lindstroem G., Junkes A., Fretwurst E. Radiation-induced point- and cluster-related defects with strong impact on damage properties of silicon detectors // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*. – 2009. – Vol. 611, No. 1. – P. 52–68. – DOI: 10.1016/j.nima.2009.09.065.
 - [12]. Tong Z., Bu M., Zhang Y., Yang D., Pi X. Hyperdoped silicon: Processing, properties, and devices // *Journal of Semiconductors*. – 2022. – Vol. 43, No. 9. – Art. 093101. – DOI: 10.1088/1674-4926/43/9/093101.
 - [13]. Ullah K., Qiao B., Sobhy A., Cisternas L. A., Tao D. Advancements and sustainable approaches in

- high-purity quartz production: A comprehensive review of emerging technologies // *Green and Smart Mining Engineering*. – 2025. – Vol. 2, No. 4. – P. 515–535. – DOI: 10.1016/j.gsme.2025.10.007.
- [14]. Zaumseil P. High-resolution characterization of the forbidden Si 200 and Si 222 reflections // *Journal of Applied Crystallography*. – 2015. – Vol. 48. – DOI: 10.1107/S1600576715004732.
- [15]. Zhang D. H., Haneman D., Shi Z. R. Tunable photoluminescence from amorphous silicon doping modulated multilayers // *Journal of Applied Physics*. – Vol. 66, No. 10. – P. 4958–4962. – DOI: 10.1063/1.343768.
- [16]. Zhang L., Sánchez Del Río M., Monaco G., et al. Thermal deformation of cryogenically cooled silicon crystals under intense X-ray beams: measurement and finite-element predictions of the surface shape // *Journal of Synchrotron Radiation*. – 2013. – Vol. 20, Pt. 4. – P. 567–580. – DOI: 10.1107/S0909049513009436.
- [17]. Zhao W., Li J., Liu L. Control of Oxygen Impurities in a Continuous-Feeding Czochralski-Silicon Crystal Growth by the Double-Crucible Method // *Crystals*. – 2021. – Vol. 11. – Art. 264. – DOI: 10.3390/cryst11030264

Yuzasiga ishlov berilgan tabiiy o'simliklardan qo'g'a tolalarining elektrofizik xossalari

N.K.Xakimova, G.M.Mo'minova

Annotasiya. Ushbu maqolada kimyoviy va termik ishlov berilgan hamda sof qo'g'a o'simligi tolasining elektrofizik xossalari ko'rib chiqildi. Buning uchun mahalliy etishtirilgan qo'g'a o'simligi tolasidan namunalar tayyorlandi. Elektrofizik xossalarni tadqiq qilish ob'ekti sifatida olingan namunalarni tanlashda kontakt materiallar o'rni ham e'tiborga olindi. Sof va legirlangan namunalarning elektro'tkazuvchanlik xossalari taqqoslab keltirildi. Turli foizlardagi kimyoviy elementlar bilan legirlangan va mersilizasiyalangan qo'g'a o'simligi tolasini namunalarning elektrofizik, fotoelektrik xossalari alohida tadqiq qilindi. Tadqiqot 293–370 K harorat oralig'ida $U=100$ V gacha kuchlanish bilan amalga oshirildi. Namunalardagi strukturaviy o'zgarishlar IQ spektroskopiya usuli yordamida ko'rib chiqildi. Tadqiqotlar natijasiga ko'ra tabiiy tolali o'simlik qo'g'a tolasidan tayyorlangan namunalarning volt-amper xarakteristikasi chiziqli o'zgarib borishi kuzatildi.

Kalit so'zlar: elektro'tkazuvchanlik, nanostruktura, spektroskopiya, legirlangan, mersilizasiya, tola, elementlar.

Аннотация. В данной статье были исследованы электрофизические свойства чистого конопляного волокна, подвергнутого химической и термической обработке. Для этого были подготовлены образцы местного льна. При отборе образцов для исследования электрофизических свойств также учитывался выбор контактных материалов. Были сравнены свойства электропроводности чистых и легированных образцов. Электрофизические и фотоэлектрические свойства образцов рамиевого волокна, легированного и мерсеризованного с различным процентным содержанием химических элементов, исследовались отдельно. Исследование проводилось при напряжении до 100 В в диапазоне температур 293–370 К. Структурные изменения в образцах исследовались с помощью инфракрасной спектроскопии. Результаты исследований показали, что напряжение-токовые характеристики образцов, приготовленных из натурального льняного волокна, демонстрировали линейную зависимость.

Ключевые слова: электропроводность, nanostruktura, спектроскопия, легированный, мерсеризация, волокно, элементы.

Abstract. In this study, the electrophysical properties of pure hemp fiber subjected to chemical and thermal treatment were investigated. For this purpose, samples of locally produced flax fiber were prepared. The selection of contact materials was also taken into account during sample preparation for the investigation of electrophysical properties. The electrical conductivity characteristics of pure and doped samples were compared. In addition, the electrophysical and photoelectrical properties of ramie fiber samples doped and mercerized with different concentrations of chemical elements were studied separately.

The investigations were carried out at voltages up to 100 V within the temperature range of 293–370 K. Structural changes in the samples were analyzed using infrared spectroscopy. The results demonstrated that the current–voltage (I – V) characteristics of samples prepared from natural flax fiber exhibited a linear dependence.

Keywords: electrical conductivity, nanostructure, spectroscopy, doping, mercerization, fiber, elements.

I.Kirish

Jahon miqyosida tabiiy yarimo'tkazgichlar, xususan tabiiy tolalarning elektro'tkazuvchanligiga qiziqish yigirmanchi asrning oxirlariga kelib, ushbu materiallarda zaryad tashuvchanlik tabiatini tushunish uchun keng izlanishlar olib borildi. So'ngi paytlarda tabiiy tolalarning fizik va elektrofizik xususiyatlarini o'rganish jadal rivojlanmoqda. Zamonaviy texnologiyalarning juda ko'p sohalarida hamda ko'plab sanoat ishlab chiqarish sohalarida qo'llaniladigan arzon va qayta tiklanadigan tabiiy o'simliklardan qo'g'a tolalari bo'lib, ular legirlangandan so'ng sun'iy o'tkazuvchan polimerlarga yaxshi alternativ

bo'ladi va tijorat maqsadlarida foydalanish uchun katta imkoniyatlarga ega. Bugungi kunda ommabop materiallardan biri bo'lgan qo'g'a tolalarini turli kimyoviy elementlar bilan legirlab o'tkazuvchanlikni boshqarish xususiyatidan ko'plab zamonaviy soxalarda foydalanish mumkin va bu materiallar ishlab chiqarish texnologiyasi va xomashyo materiali arzonligi bilan ajralib turadi. Qo'g'a o'simligi tolalari nanostrukturaga ega bo'lgan holda tashqi ta'sirga (yorug'lik, temperatura, namlik va bosimga) sezgirliги yuqoridir. [1,9]

Ushbu ishdan maqsad yuzaga kimyoviy elementlar bilan ishlov berilganda tabiiy o'simlik qo'g'a tolalarining fotoelektrik

xususiyatlariga qanday ta'sir qilishini o'rganishdan iborat.

II. Material va usullar

Tabiiy o'simliklardan qo'g'a tolasi dastlab namuna uchun distirlangan suvda ma'lum bir vaqt davomida qaynatib yuviladi va xona haroratida tolalarini tashqi ta'sirdan himoyalangan kamerada 72 soat va undan ko'proq vaqt qurishi uchun ushlab turildi. Tabiiy o'simliklardan qo'g'a tolasi yuzasiga ishqoriy elementlardan $Kmpo_4$, $C_{27}H_{34}N_2O_4S$, $Ca(H_2PO_4)_2$, $(J+KJ+C_2H_5OH)$ lar bilan ishlov berishda, ushbu elementlarning suvdagi ma'lum bir foizlardagi eritmalari bilan 3 soat davomida $100^\circ C$ temperaturada ushlab turish orqali amalga oshiriladi. Ularning suvdagi foizlarini o'zgartirilganda namunalarning xossalarini o'zgarishini kuzatish mumkin.

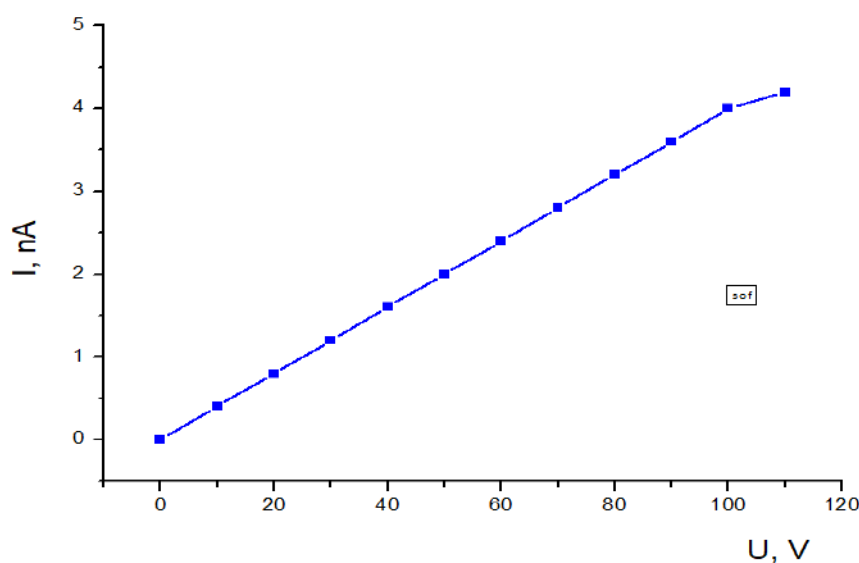
Tabiiy polimer materiallarga qayta ishlov berilganda ularning strukturasi va morfologiyasi ma'lum miqdorda o'zgaradi. Bu esa ushbu materiallarning fizik xususiyatlari ya'ni, elektro'tkazuvchanligining o'zgarishiga olib keladi.[2,8]

Dastlab qo'g'a o'simligi tolalasini $75^\circ C$ distillangan suvga solib 20 daqiqa davomida yuvildi. Keyin 24 soat davomida xona haroratida quritildi. Yaxshilab quritilgan qo'g'a o'simligi tolasi juda kichik o'lchamlarda mayda tishli taroq bilan ichismi silliq taralgan va ichismi taralmagan xolda kesib olindi. So'ngra, qo'g'a o'simligi tolalari kimyoviy elementlardan

yod ($J+KJ+C_2H_5OH$)ning suvdagi 3% foizlardagi eritmali vannada 30 minut davomida shimdirildi. Qo'g'a tolasi yuzasiga qoplangan yodni diffuziya qilish uchun (1-6 soat) vaqt davomida $75-80^\circ C$ temperaturada ushlab turildi. Qo'g'a tolasi $Kmpo_4$ (kaliy permanganat), $C_{27}H_{34}N_2O_4S$ (bis-(p-dietilamino) trifenilangidrokarbinola oksalat) va $Ca(H_2PO_4)_2$ (kaltsiy digidroortofosfat) bilan legirlash uchun ham yuqoridagi jarayondan foydalanildi. $Kmpo_4$ suvdagi 2% eritmada, $(C_{27}H_{34}N_2O_4S)$ suvdagi 1% eritmada, $(Ca(H_2PO_4)_2)$ suvdagi 5% eritmasidan foydalanildi. Suyuq shisha bilan grafit suspenziyasi asosida omik kontaktlar olindi. Turli kimyoviy elementlar bilan legirlangan qo'g'a tolasi volt-ampere xarakteristikasi qorong'uda va ultrabinafsha nur ostida ($\lambda=254$ nm) tok kuchining kichik qiymatlarini (nanoamperlar) elektrometr yordamida havoda o'lchandi. Tadqiqotlar mos ravishda 293-370 K harorat diapazonida va 1-100 V kuchlanish diapazonida amalga oshirildi. [3]

III. Natijalar va muhokama

Dastlab sof ichi olingan va distirlangan suv bilan tozalangan qo'g'a tolasi tayyorlangan namunaning volt-ampere xarakteristikasini o'lchandi. Buning uchun T-300K temperaturada juda kichik tok impulsini sezuvchi nanoampermetrdan foydalanildi.



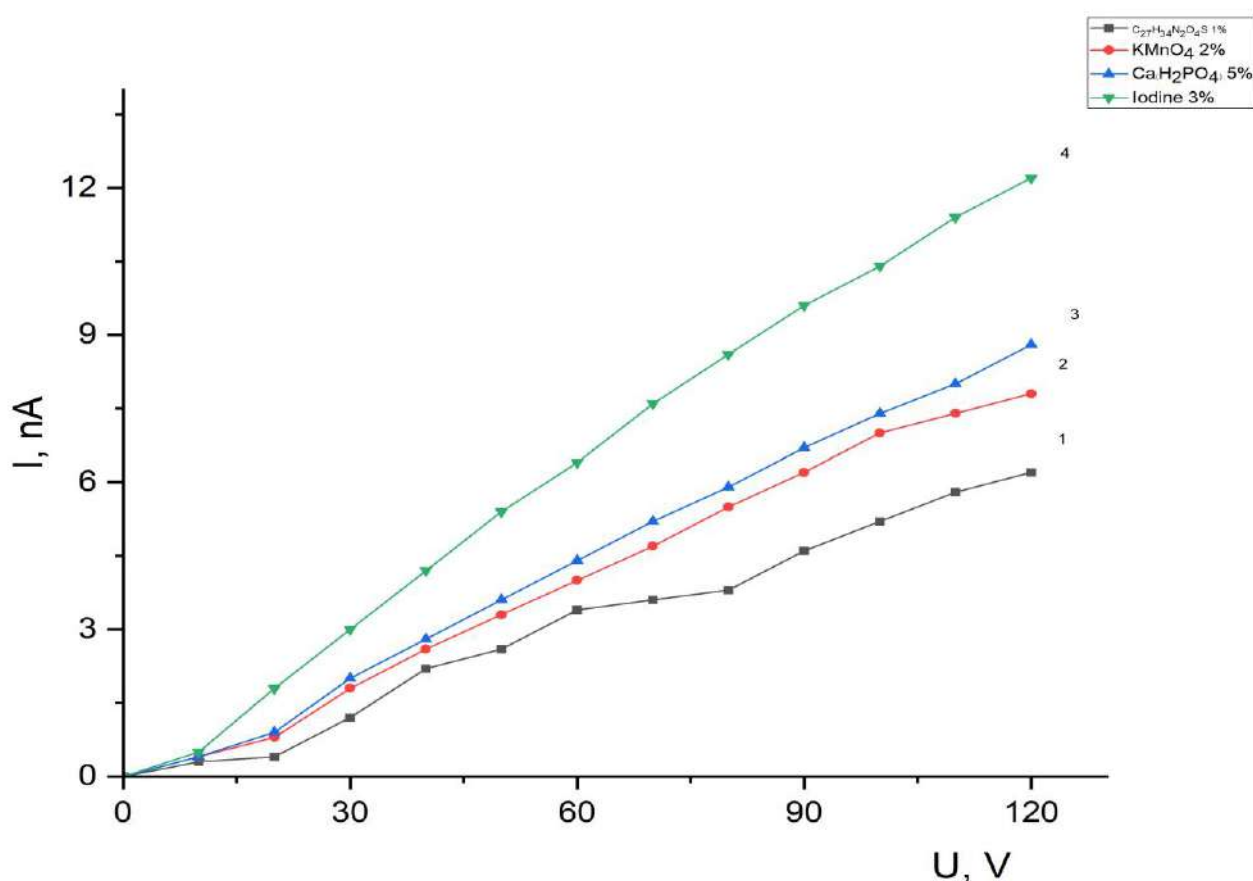
1-rasm. Sof qo'g'a tolasi volt-ampere xarakteristikasi

1-rasmdan ko'rinadiki, sof qo'g'a tolasi o'zidan juda kichik miqdorda elektro'tkazuvchanlikka egadir.[4]

So'ngra turli ishqoriy elementlar bilan legirlangan qo'g'a tolasining elektrofizik xossalarning tadqiqot natijalari ko'rib chiqildi. Tadqiqotning maqsadituri kimyoviy elementlar bilan ishlov berilgan va sof namunalarda barqaror holatdagi o'tkazuvchanlikni chuqur o'rganish hamda legirlangan qo'g'a tolasi molekularining polimer Matritsada o'tkazuvchanlik xususiyatlarini o'zgartirishga ta'siri, haroratga ham, elektr maydoniga ham bog'liq bo'lgan zaryad tashuvchilarni tashish mexanizmi, elektrofizik xossalarning aniqlash jarayoniga va legirlash vaqtiga bog'liqligini aniqlashdan iborat.

Umuman olganda, o'rganilgan tadqiqotlardan tsellyuloza tolalaridagi molekulyar tuzilishi va morfologiyasi ularning elektr xususiyatlariga ta'siri va tolalarning kiritma molekulari o'rtasidagi o'zaro ta'siri haqida bir qancha ma'lumotlar mavjud, shu bilan birga yaxshi yarimo'tkazgich material deb ham hisoblash mumkin, chunki namunalar harorat, ionlashtiruvchi nurlanish va qotishma elementlarining kiritilishi ta'sirida uning elektro'tkazuvchanligi va fotoo'tkazuvchanligini o'zgartiradi. [5,11]

Nanostrukturali yarimo'tkazgichli tabiiy tolalarning fizik xossalari o'rganish doirasini kengaytirish zamonaviy elektron texnologiyaning yangi elementlarini yaratish imkonini beradi.



2-rasm kimyoviy elementlar bilan legirlangan qo'g'a tolasining volt-amper xarakteristikasi

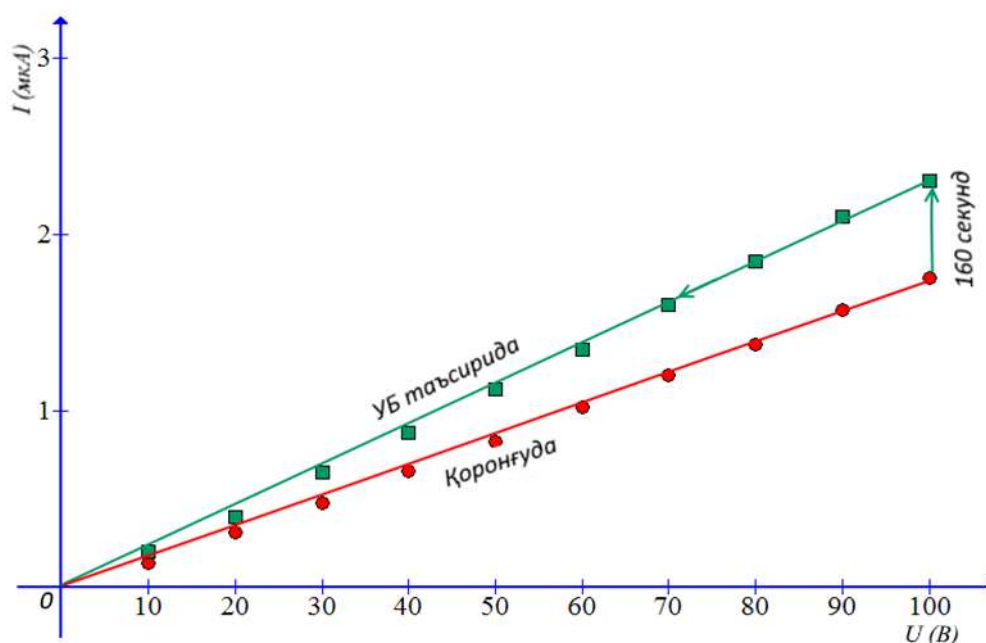
2-rasmda ko'rinib turganidek barcha o'rganilgan namunalarning VAX chiziqli ekanligi kuzatildi. Dastlabki tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, sof hamda kaliy permanganat bilan legirlangan qo'g'a tolasi namunalari n-tipli o'tkazuvchanlikka ega.

Haroratni oshirish natijasida yarimo'tkazgichning elektro'tkazuvchanligi eksponentsial

$$I \sim \frac{l}{RS} = \sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right)$$

qonuniyat bo'yicha oshadi. Agar yarimo'tkazgichlarda donor va akseptor kiritmalar bor bo'lsa ham absolyut nol haroratda aralashmali yarimo'tkazgichda umuman erkin elektronlar (kovaklar) bo'lmaydi. Haroratning oshishi bilan kiritmadagi elektronlar erkin holatiga o'tadi. Chunki, aralashmaning aktivlashtirish energiyasi yarimo'tkazgich atomlarining aktivlashtirish energiyasidan juda kichik bo'ladi. Haroratni oshirib borish kiritma atomlarini ionlashishiga olib keladi. Yarimo'tkazgichlarda kirishmaviy elektro'tkazuvchanlik sodir bo'ladi. [6,7,10]

Tabiiy sharoitda pishib etilgan va tadqiqot materiali sifatida tanlangan, ishqoriy elementlar bilan legirlangan qo'g'a tolasi namunalarning VAX tadqiq qilindi. Namunalarning barchasi meriserizatsiya qilingan va barcha namunalarning geometrik o'lchami bir xil. Tadqiqotlar normal sharoitda qorong'uda va $\lambda=254$ nm to'lqin uzunlikdagi nur ostida olib borildi. Namunalarga kiritma kiritish orqali o'tkazuvchanlik oshganligi kuzatildi. Sof namunaga kuchlanish berganimizda tok kuchining qiymati juda kichikligini ($U=100$ V o'zgarmas kuchlanishda $I=1$ nA) ko'rishimiz mumkin.



3-rasm. Legirlangan qo'g'a tolasi qorong'uda va UB nur ($\lambda=254$ nm) ostida VAX

[4] qo'g'a tolasi yodning suvdagi 3% li eritmasi ($J+KJ+C_2H_5OH$) bilan legirlangan namunasidan 100 V kuchlanishda 10.4 pa tok o'tganligi kuzatildi (3-rasm). Kaliy permanganatning suvdagi 2% li eritmasi $Kmpo_4$ bilan legirlangan qo'g'a tolasi 100 V kuchlanishda 7 pa, bis-(p-dietilamino) trifenilangidrokarbinola oksalatning suvdagi 1% li eritmasi ($C_{27}H_{34}N_2O_4S$) bilan legirlangan qo'g'a tolasi 100 V kuchlanishda 5.2 pa va kaltsiydigidroortofosfatning suvdagi 5% li eritmasi ($Ca(H_2PO_4)_2$) bilan legirlangan qo'g'a tolasi 100 V kuchlanishda 7.4 pa tok o'tganligi kuzatildi. Ultrabinafsha nur bilan yoritilgan namunadan o'tayotgan tok $U=100$ Vo'zgarmas kuchlanishda 4.4 nA dan 6.2 nA gacha oshdi, ya'ni ichki fotoeffekt kuzatildi (4-rasm).

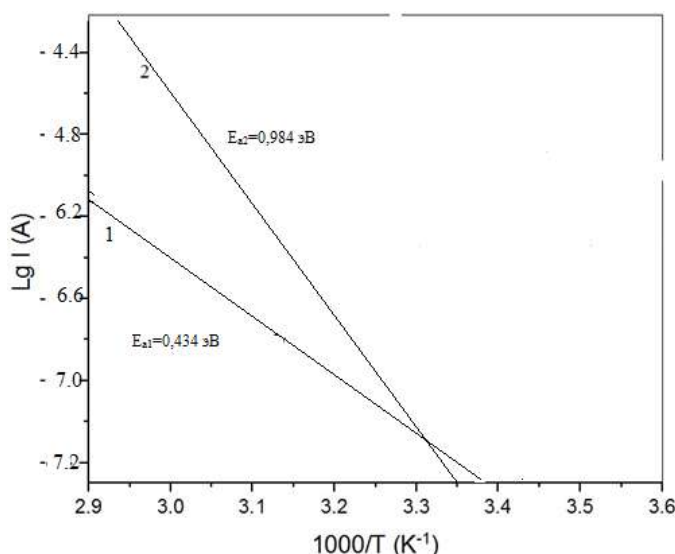
Fotoelektrik effekt hodisasi elektromagnit nurlanish ta'sirida yarimo'tkazgichlarning elektrofizik xususiyatlarini o'zgarishi bilan bog'liq. Yarimo'tkazgichlarda fotoo'tkazuvchanlik ichki fotoeffektga asoslangan. Ichki fotoeffekt yorug'lik kvantlari ta'siri ostida zaryad tashuvchilar (elektron yoki kovak) yarim o'tkazgichni tark etmaydi, faqat yuqori energetik holatiga o'tadi (masalan, valent zonadan o'tkazuvchanlik zonasiga). Bunda birlamchi jarayon fotonning yutilishidir (panjara, kirishma modda va boshqa erkin zaryad tashuvchilari tomonidan yutilishi). Biroq, barcha yutilish mexanizmlari yarimo'tkazgichning elektr xususiyatlarini bir xil darajada o'zgarishiga olib kelmaydi.

Yarimo'tkazgichlarda elektro'tkazuvchanligi erkin zaryad tashuvchilarning kontsentratsiyasi va harakatchanligiga bog'liq ya'ni,

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$$

ga teng. Ichki fotoelektrik effektda asosiy omil fotonning yutilishi hisoblanadi. Shuning uchun erkin zaryad tashuvchilarning hosil bo'lish jarayoni yorug'likni yarimo'tkazgich tomonidan yutilish jarayonining xususiyatlariga qarab turli omillar bilan sodir bo'ladi. Zonalararo o'tish paytida xususiyy fotoo'tkazuvchanlik sodir

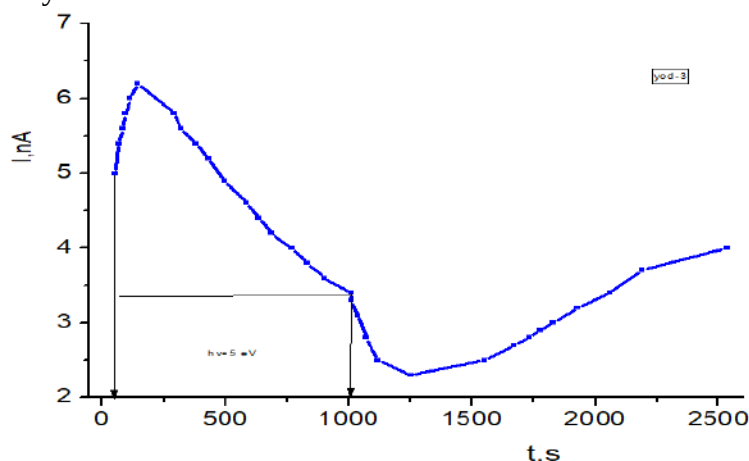
bo'ladi. Yarimo'tkazgichlarda to'g'ridan-to'g'ri zonalararo o'tishda foton energiyasi ($h\nu$) taqiqlangan zona energiya miqdoridan kam bo'lmasligi kerak, ya'ni $h\nu \geq E_g$. Agar yarimo'tkazgichning taqiqlangan zona kengligida kiritma satxi mavjud bo'lsa, optik yutilish ushbu satxlar va energetik zonalar o'rtasida elektron o'tishga olib kelishi mumkin. Bunday fotoo'tkazuvchanlik kiritmaviy fotoo'tkazuvchanligi deb ataladi. [5,6]



4-rasm. yod (1) va $KMnO_4$ (2) bilan legirlangan qo'g'a tolasi qorong'uda va UB nur ($\lambda=254$ nm) ostida VAX

(J+KJ+C₂H₅OH), Kmpo₄, (C₂₇H₃₄N₂O₄S) va (Ca(H₂PO₄)₂) bilan legirlangan qo'g'a tolasi fotoo'tkazuvchanlik kinetikasi tekshirildi (5-rasm). Ushbu tadqiqot shuni ko'rsatadiki, ultrabinafsha nur ($\lambda=254$ PM) bilan yoritilganda fototokning o'sishi va UB nur o'chirilganda fotoo'tkazuvchanlikning uzoq muddatli relaksasiyasi kuzatildi. Bunda

ichki fotoeffekt hodisasi namoyon bo'lganligi qayd qilindi. Fotoo'tkazuvchanlikning stasionar qiymatiga bir zumda erishilmaydi ya'ni, yarimo'tkazgichga yorug'lik ta'siri boshlanganidan keyin ma'lum vaqt o'tgach to'yinish qiymatiga erishiladi. 5-rasmda olingan natijada ham xuddi shu holat kuzatilgan.



5-rasm. Xususiyy optik o'tish bilan bog'liq bo'lgan, yod bilan legirlangan qo'g'a tolasi fotoo'tkazuvchanlik kinetikasi

5-rasmga ko'ra, yorug'lik o'chirilgandan keyin bir muncha vaqt o'tgach, muvozanatsiz o'tkazuvchanlik ham yo'qolib boradi.

IV.Xulosa

Xulosa sifatida mahalliy etishtirilgan qo'g'a o'simligi tolalarining kimyoviy va termik ishlov berilgan va sof namunalari elektrofizik va fotootkazuvchanlik xossalari o'rganildi. Olingan natijalar tahlili ko'rib chiqildi. Yod va KMnO_4 bilan legirlangan qo'g'a o'simligi tolasining elektrotkazuvchanligi legirlanish vaqtiga bog'liq ekanligi aniqlandi. Namunalardagi strukturaviy o'zgarishlar infraqizil spektroskopiya usuli yordamida

aniqlandi. Turli kimyoviy elementlar bilan legirlangan tabiiy o'simlik qo'g'a tolasining elektrotkazuvchanligi va harorat orasidagi bog'liqlik ko'rib chiqildi. Legirlangan tabiiy o'simlik qo'g'a tolasining fotootkazuvchanligining uzoq muddatli bo'shashishi kuzatildi va yod bilan legirlangan namunalarda manfiy fotootkazuvchanlik hodisasi aniqlandi. Olingan natijalardan kelib chiqadigan xulosa shundan iboratki, tabiiy o'simliklardan qo'g'a tolasini qayta ishlash yorug'lik emissiyasini kuchaytirishda muhim rol o'ynaydi.

Adabiyotlar:

- [1]. Mamadalimov A.T., Xabibullaev P.K., Shermatov M., "Nekotorie problemi modifikatsii fizicheskix svoystv xlopkovix volokon", Uzbek journal of physics. Volume 1, Number 6, 1999, p.465-479.
- [2]. Mamadalimov A.T., Hinestroza J.P., Xamdamov J.J., Xakimova N.K., Norqulov Sh.B., Tabiiy tolalarning elektrofizik xossalari temperaturaning ta'siri". "Neravnovesnee prosessi v n/p-x i n/n-IX strukturax". Respublika ilmiy konferensiya. Toshkent. 1-2 fevral 2017 y. 168-169 betlar
- [3]. Mamadalimov A.T., Gulamov Sh.A., Muminova G.M. "Investigation of Mechanical and Electrophysical Properties of Cattail Fibers". Journal of Scientific and Engineering Research, 2018, 5(8):250-251. ISSN:2394-2630 CODEN(USA):JSERBR.
- [4]. Muminova G.M., Gulamov Sh.A., Mamadalimov A.T., "Izuchenie mexanicheskix svoystv Rogoza", Molodoy uchyoni. №19(205). 2018 g. Str.144-146
- [5]. Muminova G.M., in: *Study Of The Physical Properties Of Typha A Semiconductivenatural Fiber Plant*, Ekonomika i sositium, **11-1** (102), 170 (2022).
- [6]. Muminova G.M., in: *Investigation of Mechanical and Electrophysical Properties of Cattail Fibers: Investigation of Mechanical and Electrophysical Properties of Cattail Fibers. Arxiv issledovaniy*, **2**(2) 83 (2020)
- [7]. Muminova G.M., in: *Elektrofizicheskie svoystva prirodnix volokon-Rogoza. [Electrophysical properties of natural cattail fibers]*, Ekonomika i sositium, **11** (78), 926, (2020)
- [8]. Bernardino de Saagun, Kuprienko S.A. Obshchaya istoriya o delax novoy Ispanii. Knigi X-XI: poznaniya astekov v medisine i botanike / Red. i Per. S. A. Kuprienko. — K.: Vidaves Kuprienko S.A., 2013. — 218 s. — (Mesoamerika. Istochniki. Istoriya. Chelovek). — ISBN 978-617-7085-07-1.
- [9]. Vishnevskiy A., Shrabar M.I. "Voenno-Polevaya xirurgiya". Rukovodstvo dlya vrachey i studentov. Izdatelstv "Medicina", Moskva-1968.
- [10]. Mamadalimov A.T., Oksegendler B.L., Otazhjonov Sh.O., Turaev B.E., Usmanov T.A., Hhakimova N.K. and Kadirov Zh.A. // Features of the Photoconductivity of Iodine-Doped Cotton Fibers Illuminated in the Fundamental Absorption Renge. Technical Physics Letters, 2002 Vol.28, № 7, pp 581-583.
- [11]. Mamadalimov A.T., Khakimova N.K., Khakimova R.U. // Study of Electrophysical Properties of Cotton Fibers Doped Iodine. Journal of Scientific and Engineering Research 2018, Vol.5, № 2, pp.14-17.
- [12]. Khakimova N.K., "Study of the electrophysical properties of cotton fibers doped with iodine." Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, 2016; 4: 22-24.
- [13]. Mamadalimov A.T., Khakimova N.K., Turaev B.E., Usmanov T.A.. The study of the semiconductor properties of cotton and silk fibers. Materials of the International Conference on Photoelectric and Optical Phenomena in Semiconductor Structures. October Ferghana, FerPI Uzb., 2006;35:2-3.

ZnO asosidagi nanotuzilmalarni sintez qilish usullarining hosil bo'lish mexanizmlari, tuzilmaviy xossalari va fotoelektrik qo'llanilishi.

A.Y. Boboyev¹, B.D. G'ulomov¹, O. Dexqonboyev²

¹Andijon davlat universiteti, ²Andijon davlat texnika instituti

Annotatsiya. Mazkur tadqiqot ishida rux oksidi (ZnO) asosidagi nanotuzilmalarni sintez qilish usullarining hosil bo'lish mexanizmlari, tuzilmaviy xususiyatlari hamda fotoelektrik qo'llanilishlari bo'yicha mavjud adabiyotlar tahlil qilindi. ZnO ning keng taqiqlangan soha energiyasi, yuqori eksiton bog'lanish energiyasi, kimyoviy va termal barqarorligi uni optoelektronika, fotokataliz, sensor va quyosh energetikasi sohalarida istiqbolli material sifatida namoyon etishi ko'rsatildi. Materialning asosan olti burchakli vurtsit tuzilishi normal sharoitda barqaror faza ekani hamda kristall parametrlari qurilma xossalari sezilarli ta'sir qilishi qayd etildi.

Tahlilda ZnO nanotuzilmalarini olishning gaz fazasi va suyuq faza usullari, jumladan kimyoviy bug' cho'ktirish, kimyoviy vannada cho'ktirish va ultratovushli purkash pirolizi texnologiyalarining afzalliklari hamda kamchiliklari yoritildi. Cho'ktirish sharoitlari – harorat, pH, vaqt va prekursor tarkibi – hosil bo'ladigan plyonkalarining morfologiyasi, kristallit o'lchami va optik parametrlariga bevosita ta'sir ko'rsatishi ko'rsatib berildi.

Kalit so'zlar: ZnO yupqa plyonkalar, Kimyoviy vannada cho'ktirish usuli, Ultratovushli purkash pirolizi, ZnO:Al yupqa plyonkalar.

Abstract. This research paper reviews the available literature on the synthesis mechanisms, structural properties, and photovoltaic applications of zinc oxide (ZnO)-based nanostructures. It is shown that the wide band gap energy, high exciton binding energy, and chemical and thermal stability of ZnO make it a promising material in optoelectronics, photocatalysis, sensors, and solar energy. It is noted that the material's predominantly hexagonal wurtzite structure is a stable phase under normal conditions, and that the crystal parameters significantly affect the device properties. The analysis highlights the advantages and disadvantages of gas-phase and liquid-phase methods for obtaining ZnO nanostructures, including chemical vapor deposition, chemical bath deposition, and ultrasonic spray pyrolysis. It is shown that deposition conditions—temperature, pH, time, and precursor composition—directly affect the morphology, crystallite size, and optical parameters of the resulting films.

Keywords: ZnO thin films, Chemical bath deposition method, Ultrasonic spray pyrolysis, ZnO:Al thin films.

Аннотация. В данной исследовательской работе рассматривается доступная литература по механизмам синтеза, структурным свойствам и фотоэлектрическим применениям наноструктур на основе оксида цинка (ZnO). Показано, что широкая запрещенная зона, высокая энергия связи экситонов, а также химическая и термическая стабильность ZnO делают его перспективным материалом в оптоэлектронике, фотокатализе, сенсорах и солнечной энергетике. Отмечается, что преобладающая гексагональная структура вюрцита является стабильной фазой в нормальных условиях, и что параметры кристалла существенно влияют на свойства устройств.

Анализ освещает преимущества и недостатки газофазных и жидкофазных методов получения наноструктур ZnO, включая химическое осаждение из паровой фазы, химическое осаждение из раствора и ультразвуковой спрей-пиroliz. Показано, что условия осаждения — температура, pH, время и состав прекурсора — напрямую влияют на морфологию, размер кристаллитов и оптические параметры получаемых пленок.

Ключевые слова: тонкие пленки ZnO, метод химического осаждения из раствора, ультразвуковой распылительный пиroliz, тонкие пленки ZnO:Al.

I. Kirish.

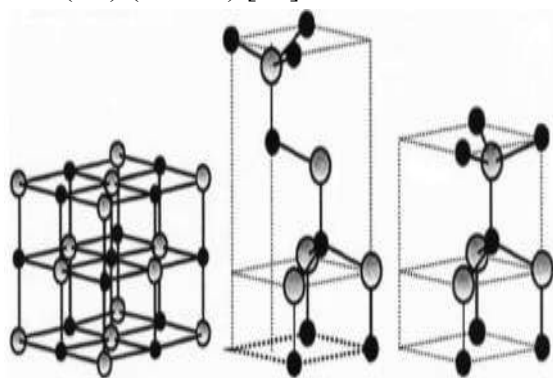
So'nggi yillarda metalloksidi nanotuzilmalar o'zining fizik-kimyoviy barqarorligi, optik va elektrik xususiyatlari sababli ilmiy tadqiqotlarda keng o'rganilmoqda hamda ular superkondensatorlar, biosensorlar, fotokataliz va bo'yoqqa sezgir quyosh elementlari kabi

qurilmalarda istiqbolli material sifatida qaralmoqda. Metalloksidlar orasida rux oksidi bunda keng taqiqlangan soha energiyasiga, yuqori elektron harakatchanligiga hamda xona haroratida barqaror fotolyuminestsiya xossalari ega bo'lgani tufayli istiqbolli material sifatida keng qo'llanilmoqda. Rux oksidi (ZnO) II–VI guruhga

mansub yarimo'tkazgich birikma bo'lib, uning kimyoviy bog'lanish tabiati kovalent va ionli bog'lanishlar oralig'ida joylashgan [1]. n-tipli yarimo'tkazgich materiali bo'lgan ZnO nanotuzilmasi superkondensatorlarda, quyosh batareyalarida, biosensorlarda, fotokatalizda va biotibbiy qurilmalarda qo'llaniladi, chunki u kimyoviy va termal jihatdan barqaror [3]. ZnO keng taqiqlangan soha energiyasiga (3,1–3,3 eV) ega bo'lib, optik yutilishi asosan ultrabinafsha (UB) spektr sohasida kuzatilad [4]. Uning ≈ 60 meV ga teng yuqori eksiton bog'lanish energiyasi [5] 200–500 nm diapazonda UB yutilishini hamda UBga yaqin va ko'rinadigan spektrning 500–600 nm oralig'ida lyuminescent nurlanishni ta'minlaydi

II. Rux oksidining tuzilishi.

ZnO, II-VI guruhiga mansub yarimo'tkazgich material bo'lib, ikki xil kristall tuzilishga ega: rux aralashmasi (sfalerit) va olti burchakli (vurtsit) tuzilishlar [10]. Anionlar asosan, olti burchakli tuzilishda to'rtta kation bilan o'ralgan yoki aksincha, kationlar olti burchakli tuzilishda anionlar bilan o'ralgan bo'ladi: vurtsit (B4) rux aralashmasi (B3) va tosh tuzi (B1) (1-rasm) [10].

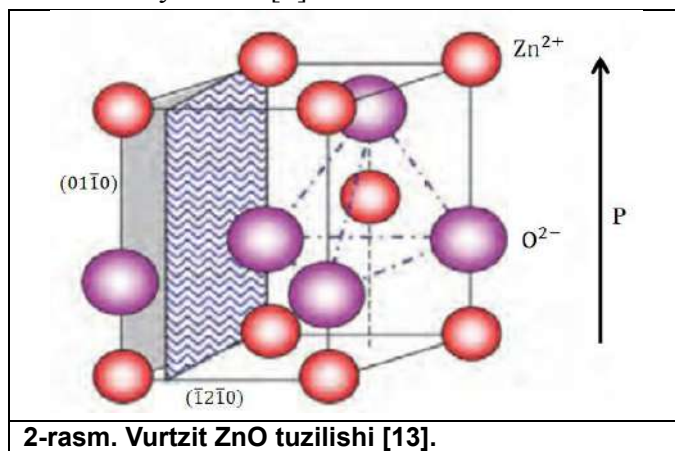


1-rasm: Tosh tuzi (B1), rux aralashmasi (B3) va vurtsit (B4) ning tuzilishi [12]

Vurtsit kristall tuzilishi esa har bir rux atomi kislorod atomi bilan o'ralgan va shu tariqa kislorod va rux atomlari tekisliklarining muqobil kombinatsiyasini yaratadigan zich joylashgan olti burchakli tuzilishdir (2-rasm) [8]. Vurtsit tuzilmasi

[6]. Shuningdek, ZnO ning biyomoslashuvchanligi uni fotokatalitik qo'llanilishlar uchun istiqbolli materialga aylantiradi, natijada ZnO nanotuzilmalari so'nggi yillarda gaz [7,8] va mexanik kuchlanish sensorlari [9] sifatida keng miqyosda tadqiq etilmoqda. Shu sababli biz bu maqolada sharx qilingan ilmiy manbalar asosida ZnO nanotuzilmalarining shakllanishi va boshqariladigan sintezi, vurtsit faza barqarorligi, UB sohada optik yutilish va lyuminesensiya xossalari hamda ularning quyosh energetikasi qurilmalarida fotoelektrik qatlam/transport materiali sifatida qo'llanish istiqbollarini tahlil qilamiz.

odatda atrof-muhit sharoitida (normal bosim va xona haroratda) termodinamik jihatdan eng barqaror faza hisoblanadi; rux aralashmasi (sfalerit) tuzilmasi esa ko'pincha kubik kristall panjarali tagliklarda epitaksial o'stirish orqali metastabil holatda barqarorlashadi, tosh tuzi tuzilmasi esa faqat yuqori bosim sharoitida hosil bo'ladigan yuqori zichlikdagi faza sifatida kuzatiladi. Vurtsit (B4) tuzilishi uchun fazoviy guruh P6₃mc bo'lib, xona haroratida uning panjara parametrlari $a=0.3296$ nm va $c=0.52065$ nm [11]. Vurtsit elektron qurilmalar, lazer va pyezoelektriklar ishlab chiqarishda ishlatiladigan muhim materiallardan biridir. Shuningdek, ZnO ning sinkit mineral shakli sifatida nomlangan turi mavjud bo'lib, uning tabiiy ravishda uchrashi juda kam hollarda ro'y beradi [8].



2-rasm. Vurtsit ZnO tuzilishi [13].

ZnO yupqa plyonkalarining olinish usullari. ZnO nanotuzilmalarining hosil bo'lish jarayonlarini chuqur tushunish yuqori sifatli nanoo'lchamli ZnO materiallarini olishni ta'minlaydi hamda ularning turli funksional sohalaridagi qo'llanilishini maqsadli ravishda optimallashtirishga imkon beradi. ZnO nanotuzilmalari ikki xil usulda sintez qilinadi: gaz fazasi va suyuq faza (kimyoviy eritma). Kimyoviy eritma usulida nanotuzilmalarni ishlab chiqarish narxi nisbatan past bo'lib, bu usul keng miqyosda ishlab chiqarishni amalga oshirishga imkon beradi [14]. Gaz fazasi usuli yuqori sifatli qatlamlar, nanotuzilmalar va qurilma geterostrukturalarini ishlab chiqarishda samarali bo'lsa-da, u yuqori narxga ega bo'lib, amalga oshirish uchun chuqur bilim va tajriba talab etadi. Gaz fazasi usuli o'z navbatida quyidagi usullarni o'z ichiga oladi, kimyoviy bug' cho'ktirish (CVD), bug'-suyuqlik-qattiq (VLS) cho'ktirish, molekulyar nur epitaksiyasi (MBE) va boshqalar. Shuningdek, suyuq faza usullariga kimyoviy vanna cho'ktirish, elektrodepozitsiya, gidrotermal usullar va boshqa jarayonlar kiradi. Har bir usulning afzalliklari va cheklavlari, shuningdek, ularni qo'llab-quvvatlovchi adabiyotlar asosida uchta asosiy usul qisqacha muhokama qilinadi.

Kimyoviy bug' cho'ktirish (KBCh) usuli. Kimyoviy vanna cho'kmasi tagliklarda uchuvchan prekursorlarning parchalanishini va yupqa plyonkalar hosil bo'lishini o'z ichiga oladi. KBCH - bu ma'lum bir haroratda qizdirilgan taglik yuzasi yaqinida sodir bo'ladigan kimyoviy reaksiya yordamida bug'dan qattiq materialni cho'ktirish jarayonidir. Ushbu usul yordamida hosil bo'lgan qattiq materiallar yupqa plyonka, kukun yoki oddiy kristallar shaklida mavjud bo'lishi mumkin [15]. KBCH usulida rux va kislorod bir-biri bilan aralashgan gaz holatida purkaladi, bu esa rux oksidi (ZnO) nanotuzilmalarini hosil qiladi. KBCH jarayoni yuqori harorat va vakuum muhitini talab qiladi

hamda prekursorlar uchuvchan bo'lishi kerak. Bunda hosil bo'lgan nanotuzilmalarning xususiyatlariga ta'sir qiluvchi reaksiyani kuchaytirish uchun suyuq katalizatorlar va boshqa qattiq modda molekulalari qo'llaniladi. Ushbu usulda olingan ZnO nanotuzilmalarining morfologiyasi katalizator, cho'kma harorati va eksperimental konfiguratsiya kabi ko'plab parametrlarga bog'liq [16]. Gaz fazasida hosil bo'lgan zaryadlangan zarrachalar va qarshilik kuchi kabi boshqa parametrlar kimyoviy bug' cho'kmasida nanotuzilma hosil bo'lishiga hissa qo'shadi [17].

Vetnamli olim Vu Kom va uning hamkasblari SiO₂/Si tagliklariga tarqalgan kolloid oltin (Au) nanozarralari yordamida metallorganik kimyoviy bug' cho'ktirish yordamida nisbatan past o'sish haroratida (400-500°C) ZnO nanotuzilmalarini sintez qilishdi [18]. Ularning ilmiy tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, cho'ktirish harorati va Au nanotuzilmalarining zichligi shakl o'zgarishiga bog'liq. ZnO nanotuzilmalarining yupqa qatlamlarini CVD yordamida sapfir tagliklarida o'stirish orqali yuqori darajada sintez qilish mumkin [19]. S.S Martin va boshqalar [20] o'z ishlarida cho'ktirish harorati ZnO plyonkasiga boshqa parametrlarga nisbatan maksimal ta'sir ko'rsatishini aniqladilar. Kimyoviy bug' cho'ktirish yordamida olingan ZnO yupqa qatlamlaridan spintronika, gazni sezuvchi qurilmalar, optoelektronika qurilmalari va boshqalar sohasida qo'llanilishi mumkin.

Kimyoviy vannada cho'ktirish usuli (CBD). Kimyoviy vannada cho'ktirish ZnO nanotuzilmalarini sintez qilishning eng qulay va eng oddiy usullaridan biri hisoblanadi. Bu jarayonda suvli prekursor eritmasi yupqa plyonkali cho'ktirishda qo'llaniladi. Boshqa nam kimyoviy cho'ktirish usullari qatorida kimyoviy vannada cho'ktirish yuqori sur'atga ega bo'ldi va u tadqiqotchilar tomonidan keng qo'llaniladi [23]. Cho'ktirishning bu usuli juda oddiy va arzonroq, chunki jarayon yuqori haroratni talab qilmaydi. Bunda ishlatiladigan

anionlar va kationlar bitta eritmada tayyorlanadi va butun cho'ktirish jarayoni bitta vannada sodir bo'ladi.

[25] tadqiqot ishi mualliflari kimyoviy vanna cho'kmasi yordamida o'stirilgan ZnO nanotuzilmasining optik xususiyatlarini o'rganishdi. Unga ko'ra olingan ZnO yupqa plyonkasining taqiqlangan soha kengligi 2,59-3,57 eV ekanligini aniqladilar. Elektromagnit spektrining ko'rinadigan va infraqizil sohalarida ZnO plyonkasi maksimal o'tkazuvchanlikni namoyon qiladi. Kathalingam va uning hamkasiblari kimyoviy vanna cho'kmasi yordamida o'stirilgan ZnO yupqa plyonkasining kristallit o'lchami va taqiqlangan soha energiyasi butunlay cho'kma haroratiga, ya'ni vanna haroratiga bog'liqligini ta'kidladilar [26]. Kristallit o'lchami va vanna harorati taqiqlangan soha energiyasi bilan teskari bog'liqlikka ega, ya'ni kristallit o'lchami va vanna haroratining oshishi taqiqlangan soha kengligini pasayishiga olib keladi. Shuningdek, pH qiymatlari yotqizilgan ZnO plyonkasiga katta ta'sir ko'rsatishi aniqlandi va CBD yordamida ZnO plyonkasini sintez qilish uchun eng qulay pH diapazoni 9,5-10,5 ni tashkil qiladi. Fu Yen Pei va boshqalar kimyoviy vanna cho'ktirish yordamida ZnO

plyonkasini sintez qilish uchun rux asetatidan foydalanganlar va ularning tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, ZnO plyonkasi olti burchakli shaklga ega [27]. Shuningdek, ZnO yupqa plyonkalari quyosh batareyalarida o'tkazuvchan qatlamlar sifatida ishlatilishi mumkin. Sreedev va boshqalar o'z ishlarida UB-ko'rinadigan spektral tahlil natijalariga ko'ra optik o'tkazuvchanlik yutilish koefitsienti, aks ettirish va sinish koefitsientining pasayishiga bog'liqligini va boshqa tomondan, yutilish koefitsienti va sinish indeksi 350 nm dan 700 nm gacha bo'lgan barcha to'lqin uzunliklari uchun cho'ktirish vaqti oshirish bilan oshishini aniqladilar [28]. CBD usuli arzon, qulay va ekologik toza bo'lsa-da, uning asosiy kamchiligi **1-jadval. ZnO nanotuzilmalarini sintez qilish usulini taqqoslash.**

eritmani doimiy ravishda o'zgartirishni talab qilishi, bu esa (20-30 mkm) uzunlikdagi nanosimlarni ishlab chiqarishni qiyinlashtiradi [23].

Sintez	Afzalliklari	Kamchiliklari
Kimyoviy bug'lanish	Oddiy va samarali	Bu yuqori harorat, vakuum muhitini talab qiladi va prekursorlar uchuvchan bo'lishi kerak.
Kimyoviy vanna cho'kmasi	Bu arzonroq, samaraliroq va namunani cho'ktirish har qanday tagliklarda sodir bo'ladi.	Bu eritmaning isrof bo'lishiga olib keladi.
USP (ultratovushli purkash usuli)	Arzon va oddiy qurilma talab etadi, vakuum muhitiga ehtiyoj yo'q. Katta maydonli va bir jinsli yupqa plyonkalarni olish imkonini beradi. Kirishma konsentratsiyasini oson nazorat qilish mumkin hamda sanoat miqyosiga mos.	Yuqori taglik haroratini talab qilinadi. Morfologiya va qalinlik texnologik parametrlariga juda sezgir. Kristall sifati PLD yoki CVD usullariga nisbatan pastroq bo'lishi mumkin.

ZnO yupqa plyonkalarini olishning Ultratovushli purkash usuli. Ultratovushli purkash usuli nanozarralarini sintez qilish va yupqa plyonkalarni yotqizish uchun aerosol jarayoniga asoslangan tejamkor va moslashuvchan usuldir. Ushbu usul suvli erituvchilarda metall tuzlaridan foydalangan holda aniq boshqariladigan morfologiya va kimyoviy tarkibga ega metall, oksid va kompozit nanomateriallarni sintez qilishga qodir. So'nggi yillarda mazkur yondashuv bo'yicha tadqiqotlar ko'lamining kengayishi uning nanomateriallar sintezida samarali va istiqbolli usul sifatida qaralayotganini tasdiqlaydi. Yupqa plyonkalarni olishning boshqa usullari bilan solishtirganda, bu usul bir qator afzalliklarga ega, jumladan, ochiq atmosfera jarayoni, ochiq reaksiya kamerasi, o'stirish paytida sozlanishi va o'stirish jarayonini kuzatish uchun qulayligidir. Harorat

jarayonning eng muhim boshqaruvchi parametri bo'lib, uning o'zgarishi plyonka morfologiyasini sezilarli o'zgarishiga olib keladi.

Nanotuzilmali ZnO zarralarining morfologik xususiyatlari ularning funktsional xususiyatlari bilan bevosita bog'liqligini yotda tutgan holda, USP ZnO ning turli qo'llanilish sohasiga qaratilgan mos usul sifatida ishlatilishi mumkin. [56] tadqiqot ishi mualliflari tomonidan keltirilgan tadqiqot natijalariga ko'ra, fotokatalitik jarayonlarda ZnO yupqa qatlamlarining yuqori solishtirma sirt maydoniga ega bo'lishi optimal samaradorlikni ta'minlashi aniqlangan. Bunday qo'llanilishlar uchun past konsentratsiya va haroratlar hamda oqim tezligi bilan bog'liq sintez bosqichlaridan foydalanish mumkin.

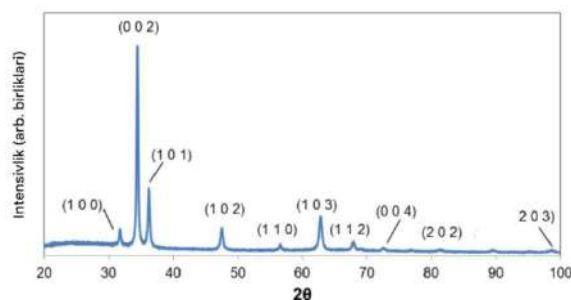
Boshqa tomondan, fotokataliz qo'llanilishi zarrachalarning sintezlanishini va UB-yutish xususiyatlarini talab qiladi, chunki sferik zarrachalar yaxshi sintezlanishi va yorug'likning kamroq tarqalishi bilan yaxshi yutilishiga ega bo'lgani uchun qulayroqdir [57,58]. Bunday qo'llanilishlar uchun USP yuqori konsentratsiyalarda, haroratlarda va oqim tezligida qo'llanilishi kerak.

III. ZnO:Al yupqa plyonkalarining tuzilmaviy xususiyatlari.

[28] tadqiqot ishi mualliflari tomonidan ZnO:Al yuoqa plyonkalarini xossalari o'rganilgan va rux oksidi (ZnO) kristall panjarasiga alyuminiy atomlarining kiritilishining ta'siri rentgen difraksiyasi, Raman spektroskopiyasi, elektr va optik o'lchovlar yordamida tavsiflangan. Unga ko'ra AZO (Al-kritilgan ZnO) plyonkalarining olti burchakli vurtzit tuzilishga ega, bunda ZnO:Al ning panjara parametri Al miqdori oshishi bilan kamaygan. Al miqdori 2% dan yuqori bo'lgan holatlarda, ZnO:Al plyonkalar kristall sifatining pasayishi kuzatilgan. Shuningdek, ZnO tarkibida 3% Al miqdori qo'shilgan plyonkalar past qarshilik ko'rsatkichlari bilan ajralib turgan, bu esa ularning optoelektronika va boshqa yarimo'tkazgich ilovalarida yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko'rsatadi. Shisha

ustiga o'stirilgan ZnO:Al namunaning XRDda olingan natijalari 6-rasmda ko'rsatilgan [28]. Ushbu rasm ICDD ma'lumotnoma diagramasiga (00-036-1451) muvofiq rux oksidining olti burchakli tuzilishini tasdiqlaydi. ZnO:Al materiali polikristal bo'lib, taxminan 310 nm o'lchamdagi nanozarralardan iborat. Katta birlashgan nanozarralar 1,5-2 μm o'lchamda mavjud bo'lib, ular 200-290 nm o'lchamdagi kichikroq nanozarralardan iborat [28].

XRD tahlili AZO plyonkasining olti burchakli vurtzit kristall tuzilishini anglatadi. (002) cho'qqisi plyonkaning c-o'qi yo'nalishida kuchli orientatsiyaga ega ekanligini ko'rsatadi, bu esa AZO plyonkalarining yaxshi elektr va optoelektron xususiyatlariga ega ekanligini anglatadi. Al kritilgan ZnO ning kristall tuzilishini o'zgartirmasdan, uning elektr o'tkazuvchanligini yaxshilashga yordam berishini anglatadi.

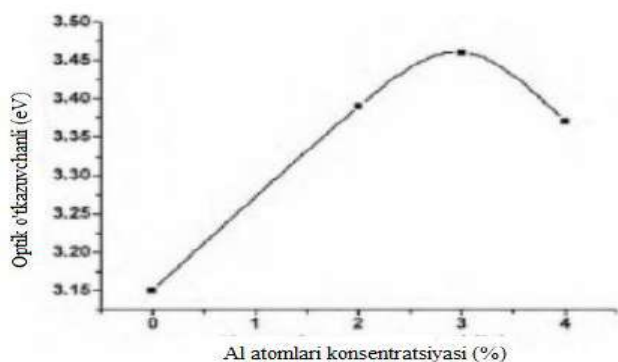


6-rasm. Shisha tagliklariga o'stirilgan AZO ning rentgen tasviri. Cho'qqilar olti burchakli tuzilgan rux oksidiga (ICDD 00-036-1451) mos keladi [28].

ZnO:Al yupqa plyonkalarining optik xususiyatlar.

[63] tadqiqot ishi mualliflari tomonidan Al kirishm atomlarining konsentratsiyasi va taglik haroratining AZO yupqa plyonkalarining optik o'tkazuvchanligiga ta'siri o'rganildi, unga ko'ra plyonkalarining o'tkazuvchanligi haroratga qarab o'zgarib turishi, maksimal optik o'tkazuvchanlik 450°C da kuzatildi. Turli xil kirishma konsentratsiyalari va taglik haroratiga ega barcha plyonkalarining optik o'tkazuvchanligi 600 nm –700

nm to'liq uzunligi oralig'ida o'tkazuvchanligi 75% dan 90% gacha o'zgarishi aniqlandi. ZnO ga 2 % Al ni kiritilgan plyonkaning optik o'tkazuvchanligi 450°C da 90% ga yaqin va 3 va 4 % Al ni kiritilgan ZnO plyonkadan optik o'tkazuvchanligi yuqori. Bu 2 % Al ni kiritilgan ZnO plyonka 3 va 4% Al kiritilgan ZnO plyonkaga qaraganda ko'proq bo'shliqlarni xosil qilish bilan bog'liq, bu esa optik sochilishning pasayishiga va optik o'tkazuvchanlikning oshishiga olib keladi.



7-rasm. 475°C temperaturadagi ZnO plyonkasiga Al atomlarini turli foyizlarda kiritilganda, ZnO:Alning taqiqlangan soha kengligiga bog'liqligi.[64]

ZnO ga 3 % Al atomlari kiritilgandan keyin optik o'tkazuvchanligi kamayishi kuzatilgan (7-rasm). Srikant va Klarkning fikriga ko'ra, Burstein-Moss effekti elektronlar va teshiklarning past effektiv massasiga ega materiallar uchun amal qiladi. Ushbu effekt tufayli, kvant chegarasi optik o'tkazuvchanlik oralig'ining dastlabki oshishiga olib keladi, bu esa Al-kiritilgan ZnO plyonkalarining optik o'tkazuvchanligining ko'zga ko'rinadigan ko'k nurlari yutilishiga sabab bo'ladi.

XULOSA. Ushbu adabiyotlar tahlili natijasida rux oksidi asosidagi nanotuzilmalarni sintez qilish usullari, ularning hosil bo'lish mexanizmlari, tuzilmaviy hamda optik-elektrik xossalari yoritildi. Tahlil natijalariga ko'ra, ZnO keng taqiqlangan soha energiyasi, yuqori eksiton bog'lanish energiyasi, fotoluminescent xususiyatlari va kimyoviy barqarorligi sababli

optoelektronika, sensor, fotokataliz va quyosh energetikasi qurilmalarida istiqbolli material sifatida qaraladi. ZnO turli kristall fazalarda mavjud bo'lishiga qaramay, normal sharoitda eng barqaror tuzilma olti burchakli vurtsit ekani ko'rsatildi hamda aynan shu faza ko'pgina elektron va pyezoelektrik qurilmalar uchun muhim hisoblanadi. Panjara parametrlarining aniqligi va kristall orientatsiya material xossalari sezilarli ta'sir ko'rsatishi qayd etilgan.

Umuman olganda, keltirilgan adabiyotlar ZnO va AZO nanotuzilmalarining xossalari sintez sharoitlari bilan bevosita bog'liq ekanini hamda parametrlarni nazorat qilish orqali ularni turli fotoelektrik va optoelektron qurilmalar uchun maqsadli ravishda moslashtirish mumkinligini tasdiqlaydi. Xususan, ZnO va ZnO:Al yupqa plyonkalari ko'p qatlamli quyosh elementlarida funktsional qatlam sifatida, shaffof quyosh elementlarida optik jihatdan yo'qotishi past material sifatida, shuningdek shaffof o'tkazuvchi elektrod va old/orqa elektrod qatlamlari sifatida qo'llanishi mumkinligi ularning amaliy istiqbollarini yanada kuchaytiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1]. [1] Morkoe H., Ozgur U., "Zinc Oxide: Fundamentals, Materials and Device Technology", 2009.
- [2]. [2] Schmidt-Mende L. and Macmanus-Driscoll LJ, "ZnO-nanostructures, defects and devices", Materials Today, vol. 10, pp. 40–48, 2007.
- [3]. [3] Theerthagiri J., Salla S., Senthil R. A., Nithyadharseni P., Madankumar A., Arunachalam P., Maiyalagam T. and Hyun-Seok Kim, "A review on ZnO nanostructured materials: energy, environmental and biological applications," Nanotechnology, vol. 30, p. 39, 2019.
- [4]. Wibowo A., Marsudi MA, Amal MI, Ananda MB, Stephanie R., Ardy H., and Diguna LJ, "ZnO nanostructured materials for novel solar cell applications," RSC Adv., vol. 10, pp. 42838–42859, 2020.
- [5]. Tian ZA, Voigt JA, Liu J., Mckenzie B., Mcdermott MJ, Rodriguez MA, Konishi H., and Xu

- H., "Complex and oriented ZnO nanostructures," *Nater Mater*, vol. 2, pp. 821–826, 2003.
- [6]. Wilson S. A., Jourdain R. P., Zhang Q., Dorey R. A., Bowen C. R., Willander M., and Persson K., "New materials for microscale sensors and actuators, an engineering review," *Mater Sci Eng R*, vol. 56, pp. 1–129, 2007.
- [7]. Arya S. K., Saha S., Ramirez-Vick J. E., Gupta V., Shansali S., and Singh S. P., "Recent advances in ZnO nanostructures and thin films for biosensor applications," *Analytica Chimica Acta*, vol. 737, pp. 1–21, 2012.
- [8]. Cauda V., Gazia R., Porro S., Stassi S., Canavese G., Roppolo I. and Chiolerio A. "Nanostructured ZnO materials: synthesis, properties and applications", *Handbook of Nanomaterials Properties*, 2014.
- [9]. Zhong WL, "Nanostructures of zinc oxides", *Materials Today*, Vol. 7, No. 6, pp. 26–33, 2004.
- [10]. Nagar S. and Chakrabarti S., *Optimization of ZnO thin films*, 2017.
- [11]. Abbas N. S., Gul M., Abbas M. and Amin M., "Synthesis of metal oxide semiconductor nanostructures for gas sensors", *IntechOpen*, 2020.
- [12]. Özgür, Ü., Alivov, Y. I., Liu, C., Teke, A., Reshchikov, M. A., Doğan, S., and Morkoç, A. H., "A comprehensive review of ZnO materials and devices", *Journal of Applied Physics*, Vol. 98, 2005.
- [13]. Kosyachenko L. A., Editor, *Solar cells as dye-sensitized devices*, 2011, p. 504.
- [14]. Karunakaran C., Bhargava K., and Benjamin R., "Biosensors and Bioelectronics," 2015.
- [15]. Jan-otto Carlsson and Peter M. Martins, *Handbook of Deposition Technologies for Films and Coatings*, Third Edition, 2010, pp. 314–363.
- [16]. Choi S. C., Lee D. K., and Sohn S. H., "Effect of Experimental Configuration on the Morphology of Two-Dimensional ZnO Nanostructures Synthesized by Thermal Chemical Vapor Deposition," *Crystals*, vol. 10, p. 517, 2020.
- [17]. Seong-Han Park, Jin-Woo Park, Seung-Min Yang, Kwang-Ho Kim, and Nong-Moon Hwangi, "Effect of electrical bias on the deposition behavior of ZnO nanostructures by chemical vapor deposition", *Journal of Physical Chemistry*, vol. 44, pp. 25047–25052, 2015.
- [18]. Sang-Wo Kim, Fujita Schizuo, Hyun-Kyu Park, Beelyang Yang, Han-Ki Kim, Dae Ho Yoon, "Growth of ZnO nanostructures by chemical vapor deposition", *Journal of Crystal Growth*, pp. 306–310, 2006.
- [19]. Chen Z., Shun K., Salagaj T., Zhara W., and Strobl K., "ZnO Thin Films Synthesized by Chemical Vapor Deposition," in *Proceedings of the June 2010 Conference*, 2010.
- [20]. Sanchez-Martin S., Olaizola S., Castano E., Unionabarrenetxea E., Mandayo G., and Ayerdi I., "Study of Deposition Parameters and Growth Kinetics of ZnO Deposited by Aerosol-assisted Chemical Vapor Deposition," *RSC Adv.*, vol. 11, pp. 18493–18499, 2021.

Termovakuumli bug'latish usuli bilan olingan ZnO:Al yupqa plyonkalarining optik xossalari

Xidirov Dadaxon Sherqo'ziyevich, Nurmatov Ozodbek Ravshanboy o'g'li

Farg'ona davlat texnika universiteti

Annotatsiya: Ushbu tadqiqot ishida termovakuumli bug'latish usuli yordamida shisha tagliklarda olingan toza ZnO va Al bilan legirlangan ZnO:Al (AZO) yupqa plyonkalarining optik xossalari tadqiq qilindi. Al kirishmasining nisbiy massa miqdori 0.002–0.006% oralig'ida o'zgartirildi, plyonkalar esa 575 K haroratda 120 min. davomida termik ishlovdan o'tkazildi. Interferension o'lchovlar asosida plyonkalar qalinligi taxminan 150 nm ekanligi aniqlandi. UV–Vis spektrofotometriya natijalari 200–1100 nm diapazonda Al bilan legirlash ZnO yupqa plyonkalarining optik shaffofligini sezilarli darajada oshirishini ko'rsatdi. Toza ZnO plyonkasi 400–1100 nm oralig'ida 73–80% o'tkazuvchanlikka ega bo'lgan bo'lsa, 0.006% Al bilan legirlangan AZO plyonkada ko'rinvchi va infraqizil nurlar sohasida o'tkazuvchanlik 90% atrofida barqarorlashdi. Yutilish spektrlari ultrabinafsha sohada kuchli fundamental yutilish mavjudligini, ko'rinvchi nurlar sohasida esa Al konsentratsiyasi ortishi bilan yutilishning kamayishini tasdiqladi. Tauts tahlili asosida optik taqiqlangan zona kengligi toza ZnO uchun 3.23 eV, 0.002% va 0.004% AZO namunalarida 3.25 eV, 0.006% AZO namunasi uchun esa 3.26 eV ekanligi aniqlandi. Taqiqlangan zona kengligining ortishi Burshtein–Moss effekti, donor markazlar hosil bo'lishi va o'tkazuvchanlik zonasining quyi energetik sathlari elektronlar bilan to'ldirilishi orqali izohlandi. Olingan natijalar 0.004–0.006% oralig'idagi Al legirlash ZnO yupqa plyonkalarida yuqori shaffoflik, past optik yutilish va kengaygan taqiqlangan zona kombinatsiyasini shakllantirishini ko'rsatadi. Ayniqsa, 0.006% AZO namunasi shaffof o'tkazuvchi qatlamlar, UV-fotodetektorlar va quyosh elementlarining old elektrodleri uchun istiqbolli material sifatida baholanishi mumkin.

Kalit so'zlar: ZnO, AZO, yupqa plyonka, optik o'tkazuvchanlik, Tauts tahlili, Burshtein–Moss effekti.

Аннотация: В данной работе исследованы оптические свойства чистых ZnO и легированных алюминием ZnO:Al (AZO) тонких пленок, полученных на стеклянных подложках методом термовакuumного испарения. Относительное массовое содержание примеси Al варьировалось в диапазоне 0,002–0,006%, после чего пленки подвергались термической обработке при температуре 575 K в течение 120 мин. На основе интерференционных измерений установлено, что толщина пленок составляет приблизительно 150 нм. Результаты UV–Vis спектрофотометрии в диапазоне 200–1100 нм показали, что легирование Al существенно повышает оптическую прозрачность тонких пленок ZnO. Если чистая пленка ZnO в диапазоне 400–1100 нм обладала пропусканием 73–80%, то для пленки AZO, легированной 0,006% Al, пропускание в видимой и инфракрасной областях стабилизировалось на уровне около 90%. Спектры поглощения подтвердили наличие сильного фундаментального поглощения в ультрафиолетовой области и уменьшение поглощения в видимой области с увеличением концентрации Al. На основе анализа Тауца установлено, что ширина оптической запрещенной зоны составляет 3,23 эВ для чистого ZnO, 3,25 эВ для образцов AZO с 0,002% и 0,004% Al и 3,26 эВ для образца AZO с 0,006% Al. Увеличение ширины запрещенной зоны объяснено эффектом Бурштейна–Мосса, образованием донорных центров и заполнением электронами нижних энергетических уровней зоны проводимости. Полученные результаты показывают, что легирование Al в диапазоне 0,004–0,006% обеспечивает сочетание высокой прозрачности, низкого оптического поглощения и расширенной запрещенной зоны в тонких пленках ZnO. Особенно образец AZO с 0,006% Al может рассматриваться как перспективный материал для прозрачных проводящих слоев, УФ-фотодетекторов и фронтальных электродов солнечных элементов.

Ключевые слова: ZnO, AZO, тонкая пленка, оптическое пропускание, анализ Тауца, эффект Бурштейна–Мосса.

Abstract: In this study, the optical properties of pure ZnO and Al-doped ZnO:Al (AZO) thin films deposited on glass substrates by thermal vacuum evaporation were investigated. The relative mass content of Al impurity was varied in the range of 0.002–0.006%, and the films were subsequently annealed at 575 K for 120 min. Interference measurements showed that the film thickness was approximately 150 nm. UV–Vis spectrophotometry results in the 200–1100 nm range demonstrated that Al doping significantly enhances the optical transparency of ZnO thin films. While the pure ZnO film exhibited a transmittance of 73–80% in the 400–1100 nm range, the AZO film doped with 0.006% Al showed a stable transmittance of about 90% in the visible and infrared regions. The absorption spectra confirmed strong fundamental absorption in the ultraviolet region and a decrease in absorption in the visible region with increasing Al concentration. Based on Tauc analysis, the optical band gap was determined to be 3.23 eV for pure ZnO, 3.25 eV for the AZO samples with 0.002% and 0.004% Al, and 3.26 eV for the AZO sample with 0.006% Al. The widening of the band gap was attributed to the Burstein–Moss effect, the formation of donor centers, and the filling of the lower energy levels of the conduction band with electrons. The obtained results indicate that Al doping in the range of 0.004–0.006% forms a combination of high transparency, low optical absorption, and an enlarged band gap in ZnO thin films. In particular, the AZO sample with 0.006% Al can be considered a promising material for transparent conductive layers, UV photodetectors, and front electrodes of solar cells.

Keywords: ZnO, AZO, thin film, optical transmittance, Tauc analysis, Burstein–Moss effect.

I. Kirish.

Rux oksidi $A^{II}B^{VI}$ guruhiga mansub shaffof va elektrik jihatidan o'tkazuvchi oksid bo'lib, qisqa to'lqinlar sohasida ishlovchi optoelektron qurilmalar uchun istiqbolli material xisoblanadi [1]. U xona haroratida haroratda 3,4 eV taqiqlangan zona kengligiga ega va shu bilan birga energetik zonasi vertikal o'tishlidir. Rux oksidi (ZnO) n-tipli yarimo'tkazgich bo'lib, uning elektr o'tkazuvchanligini termik ishlov berish yoki legirlash orqali boshqarish mumkin [2].

Hozirgi kunga kelib ZnO yupqa plyonkalari shaffof o'tkazuvchi material sifatida bir qator sohalarda qo'llanishi tufayli katta qiziqish uyg'otmoqda [3]. yupqa plyonkalari bo'yicha ko'plab tadqiqotlar olib borilgan. Ushbu tadqiqot ishida termovakuumli bug'latish usuli bilan olingan alyumin bilan legirlangan rux oksidi (AZO) asosli yupqa plyonkalarining optik xossalari o'rganildi.

II. Eksperimental qism

ZnO narxining arzonligi, yuqori samaradorligi va yuqori haroratlarda ishlay olishi hamda ekologik barqaror bo'lganligi tufayli, termik bug'latish usuli esa oddiy va yuqori cho'ktirish tezligi tufayli tanlangan.

Shisha taglik sirtiga toza ZnO va Al kirishmaning nisbiy massa miqdorlari 0.02-0.06% intervalda bo'lgan AZO plyonkalari termik bug'latish usuli orqali cho'ktirildi. Ushbu usulda BYII-5 qurilmasidan foydalanildi. Bu jarayon uchun asosiy material sifatida 99.99% tozaliklardagi ZnO va AZO tabletkalari foydalanildi.

Al va ZnO materiallar turli bug'lanish temperaturalari va xossalari ega. Shuning uchun, bu jarayonda tayyor va ishonchli ZnO va AZO tabletkalaridan foydalanildi, bug'latuvchi tigel sifatida volfram ishlatildi. Ishchi kameraning bosimi esa 10^{-1} dan 10^{-2} gacha Paskal oraliqda olindi. Tigel sirti va shisha tagliklar orasidagi masofa 12 sm atrofida olindi.

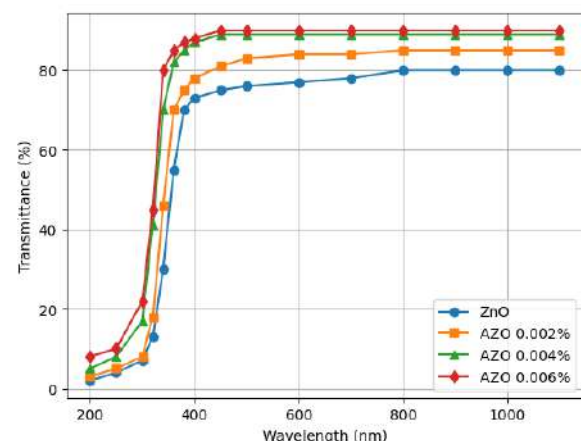
Ushbu tadqiqot ishida yupqa plyonkalarga 120 min. davomida 575 K temperaturada termik ishlov berildi. Interferensiyon o'lchov usuli asosida ZnO:Al yupqa plyonkalarining qalinligi 150 nm atrofida ekanligi aniqlandi. AZO yupqa plyonkalarining 200–1100 nm diapazonidagi yorug'lik o'tkazuvchanliklarining spektrlari Phillips (Yaponiya) tomonidan ishlab chiqarilgan

Shimadzu UV-2600i Plus UV-Vis Spektrofotometer yordamida amalga oshirildi.

III. Tadqiqot natijalari

ZnO va AZO yupqa plyonkalarining 200–1100 nm spektral diapazondagi optik o'tkazuvchanlik spektrlari Yaponiya ishlab chiqaruvchisi Shimadzu kompaniyasining Shimadzu UV-2600i Plus UV-Vis Spektrofotometer yordamida xona temperaturasida qayd etildi. O'lchashlar plyonkalarining ultrabinafsha, ko'rinuvchi va yaqin infraqizil sohalardagi yorug'likni o'tkazish xususiyatlarini baholash maqsadida amalga oshirildi.

1-rasmda toza ZnO hamda Al bilan legirlangan ZnO:Al yupqa plyonkalarining 200–1100 nm diapazondagi optik o'tkazuvchanlik spektrlari keltirilgan. Spektral tahlil natijalariga ko'ra, barcha namunalarda ultrabinafsha sohada yorug'lik o'tkazuvchanligi kichik qiymatlarga ega bo'lib, 320–380 nm oralig'ida keskin optik o'tish sohasi kuzatiladi. Bu holat ZnO asosidagi keng taqiqlangan zonali yarimo'tkazgichlar uchun xos bo'lgan fundamental yutilish chegarasi bilan bog'liq bo'lib, foton energiyasi taqiqlangan zona kengligiga yaqinlashganda valent zonadan o'tkazuvchanlik zonasiga elektron o'tishlarining kuchayishi bilan izohlanadi.



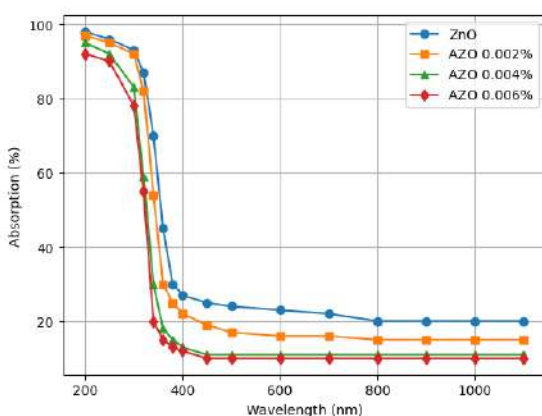
1-rasm. ZnO va AZO yupqa plyonkalarining optik o'tkazuvchanlik spektrlari.

Toza ZnO plyonka uchun o'tkazuvchanlik 200 nm da 2% atrofida bo'lib, to'lqin uzunligi ortishi bilan keskin oshadi va 380 nm da taxminan 70% ga yetadi. 400–1100 nm oralig'ida esa o'tkazuvchanlik 73–80% atrofida barqarorlashadi. Al bilan legirlash natijasida plyonkalarining optik shaffofligi sezilarli darajada yaxshilanadi.

Xususan, 400 nm to'lqin uzunligida o'tkazuvchanlik toza ZnO uchun 73% ni tashkil etgan bo'lsa, 0.002%, 0.004% va 0.006% AZO namunalari uchun mos ravishda 78%, 87% va 88% qiymatlarga yetadi. Ko'rinuvchi va infraqizil sohalarida eng yuqori o'tkazuvchanlik 0.006% AZO namunasida kuzatilib, 450–1100 nm diapazonda 90% atrofida deyarli barqaror saqlanadi.

Al kirishmasi ta'sirida optik o'tkazuvchanlikning ortishi bir nechta fizik omillar bilan bog'liq bo'lishi mumkin. Al^{3+} ionlarining Zn^{2+} ionlari o'rnini egallashi kristall panjarada donor markazlar hosil qiladi va erkin elektronlar konsentratsiyasini oshiradi. Shu bilan birga, optimal legirlash plyonka mikrostrukturasi zichlashishiga, kristall donlararo chegaralarda yorug'lik sochilishining kamayishiga hamda kislorod vakansiyalari va boshqa nuqson markazlarining qayta taqsimlanishiga olib kelishi mumkin. Natijada sathlararo yutilish jarayonlari susayib, fotonlarning plyonka orqali o'tish ehtimoli ortadi.

2-rasmda ZnO va AZO yupqa plyonkalarining optik yutilish spektrlari keltirilgan. Yutilish spektrlarida ultrabinafsha sohada yutilish yuqori, ko'rinuvchi sohada esa yutilishning keskin kamayishi kuzatiladi. Bu natijalar optik o'tkazuvchanlik spektrlari bilan mos keladi va Al konsentratsiyasi ortishi bilan plyonkalarining shaffofligi yaxshilanishini tasdiqlaydi. Ayniqsa, 0.004% va 0.006% AZO namunalari ko'rinuvchi nurlar sohasida past yutilish qiymatlari bilan ajralib turadi.



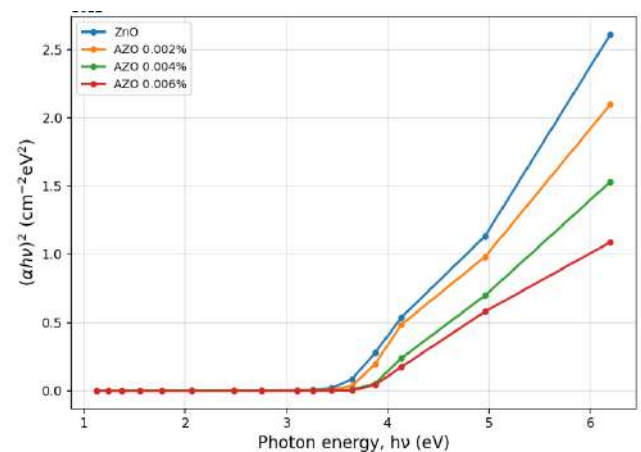
2-rasm. ZnO va AZO yupqa plyonkalarining optik yutilish spektrlari.

Taqiqlangan zona kengligining Al konsentratsiyasi ortishi bilan biroz kengayishi Burshtein–Moss effekti bilan izohlanadi. Al

atomlari donor sifatida ishtirok etib, o'tkazuvchanlik zonasining quyi energetik sathlarini elektronlar bilan to'ldiradi. Natijada valent zonadan o'tkazuvchanlik zonasiga optik o'tishlar yuqoriroq energiyali bo'sh sathlarga amalga oshadi va yutilish chegarasi qisqa to'lqin uzunliklar tomonga siljiydi.

Umuman olganda, olingan natijalar Al bilan legirlash ZnO yupqa plyonkalarining optik xossalarini samarali boshqarish imkonini berishini ko'rsatadi. 0.004–0.006% oralig'idagi Al konsentratsiyasi plyonkalarda yuqori optik shaffoflik, past yutilish va nisbatan keng taqiqlangan zona qiymatlarining shakllanishiga olib keladi. Ayniqsa, AZO 0.006% namunasi ko'rinuvchi va yaqin infraqizil sohalarida yuqori o'tkazuvchanligi bilan ajralib turadi. Bu esa mazkur plyonkalarni shaffof o'tkazuvchi oksidlar, quyosh elementlari uchun old elektrodlar, UV-fotodetektorlar va boshqa optoelektron qurilmalarda qo'llash uchun istiqbolli material sifatida baholash imkonini beradi.

3-rasmda ZnO va ZnO:Al yupqa plyonkalarining Tauts grafigi, ya'ni $(\alpha h\nu)^2$ ning foton energiyasi $h\nu$ ga bog'liqligi keltirilgan. Ushbu grafiklar asosida namunalarning optik taqiqlangan zona kengligi E_g aniqlangan.



3-rasm. ZnO va ZnO:Al yupqa plyonkalarining Tauts grafigi.

Optik taqiqlangan zona kengligini hisoblash uchun dastlab optik o'tkazuvchanlik spektrlari asosida yutilish koeffitsienti quyidagi ifoda orqali aniqlandi:

$$\alpha = \frac{1}{d} \ln \left(\frac{1}{T} \right) \quad (1)$$

bu yerda $d=150$ nm — plyonka qalinligi, T — optik o'tkazuvchanlik. ZnO asosidagi yupqa

plyonkalar to'g'ri taqiqlangan o'tishlarga ega yarimo'tkazgich sifatida qaralgani uchun Tauts tenglamasining quyidagi ko'rinishidan foydalanildi:

$$(\alpha h\nu)^2 = A(h\nu - E_g) \quad (2)$$

Tauts grafigidagi chiziqli sohalarni $h\nu$ o'qiga ekstrapolyatsiya qilish orqali E_g qiymatlari aniqlandi. Hisoblash natijalariga ko'ra, toza ZnO plyonkasi uchun optik taqiqlangan zona kengligi $E_g \approx 3.23$ eV ni tashkil etdi. Al bilan legirlash natijasida esa ushbu qiymatning biroz ortishi kuzatildi: 0.002% va 0.004% namunalarida $E_g \approx 3.25$, 0.006% namunasida esa $E_g \approx 3.26$ eV ga teng bo'ldi.

Al konsentratsiyasi ortishi bilan E_g qiymatining kengayishi Tauts grafigidagi chiziqli sohalarning yuqoriroq foton energiyalari tomonga siljishi bilan tasdiqlanadi. Bu hodisa Burshtein–Moss effekti bilan izohlanadi. Ya'ni, Al^{3+} ionlari Zn^{2+} ionlari o'rnini egallab, kristall panjarada donor markazlar hosil qiladi va erkin elektronlar konsentratsiyasini oshiradi. Natijada o'tkazuvchanlik zonasining quyi energetik sathlari elektronlar bilan band bo'ladi va valent zonadan optik o'tishlar yuqoriroq energiyali bo'sh sathlarga amalga oshadi. Bu esa yutilish chegarasining qisqa to'lqin uzunliklar sohasiga siljishiga va optik taqiqlangan zona kengligining ortishiga olib keladi.

Shuningdek, taqiqlangan zona kengligining ortishi bilan birga optik o'tkazuvchanlikning yaxshilanishi AZO plyonkalarida nuqsonlar zichligining kamayishi, kristall tuzilmaning tartiblanishi va yorug'lik sochilish markazlarining kamayishi bilan ham bog'liq bo'lishi mumkin. Ayniqsa, 0.006% namunasi yuqori shaffoflik va nisbatan kengaygan optik taqiqlangan zona kombinatsiyasi bilan ajralib turadi. Bu esa ushbu namunaning optoelektron qurilmalarda, xususan shaffof o'tkazuvchi qatlamlar, UV-fotodetektorlar va quyosh elementlarining old elektrodlarida qo'llash uchun istiqbolli ekanligini ko'rsatadi.

IV. Xulosa.

Ushbu tadqiqotda termovakuumli bug'latish usuli bilan olingan ZnO va AZO yupqa plyonkalarining optik xossalari Al kirishma konsentratsiyasiga bog'liq holda o'rganildi. Natijalar Al bilan legirlash plyonkalarining optik shaffofligini oshirib, yutilish xususiyati va optik taqiqlangan zona kengligini samarali boshqarish imkonini berishini ko'rsatdi.

0.006% Al bilan legirlangan AZO plyonkada 450–1100 nm diapazonda o'tkazuvchanlik $\approx 90\%$ atrofida barqaror saqlandi. Tauts tahliliga ko'ra, Al konsentratsiyasi ortishi bilan optik taqiqlangan zona kengligi 3.23 eV dan 3.26 eV gacha kengaydi. Bu o'zgarish Burshtein–Moss effekti va donor markazlar hosil bo'lishi bilan izohlanadi.

Olingan natijalar 0.004–0.006% oralig'idagi Al legirlash ZnO yupqa plyonkalarda yuqori shaffoflik, past optik yutilish va kengaygan taqiqlangan zona kombinatsiyasini shakllantirish uchun maqbul ekanligini ko'rsatadi. Ayniqsa, 0.006% AZO namunasi shaffof o'tkazuvchi qatlamlar, UV-fotodetektorlar va quyosh elementlarining old elektrodlar uchun istiqbolli material sifatida baholanishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1]. Abass, K. H., & Mohammed, M. K. (2019). Fabrication of ZnO:Al/Si Solar Cell and Enhancement its Efficiency Via Al-Doping. *Nano Biomedicine and Engineering*, 11(2). <https://doi.org/10.5101/nbe.v11i2.p170-177>
- [2]. R. Vinodkumar, I. Navas, S.R. Chalana, et al., Highly conductive and transparent laser ablated nanostructured Al:ZnO thin films. *Appl. Surface Sci.*, 2010, 257(3): 708–716.
- [3]. Zaier, A., Meftah, A., Jaber, A. Y., Abdelaziz, A. A., & Aida, M. S. (2015). Annealing effects on the structural, electrical and optical properties of ZnO thin films prepared by thermal evaporation technique. *Journal of King Saud University - Science*, 27(4), 356–360. <https://doi.org/10.1016/j.jksus.2015.04.007>
- [4]. Yusupov, F. T., Akhmadjonov, M. F., Khidirov, D. Sh., Tolaboyev, D. Kh., & Tursunov, I. M. (2025). Impact of Resistivity on Electrical Characteristics of Al-Doped ZnO/p Si Heterostructures. *East European Journal of Physics*, (1), 177–183. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2025-1-17>
- [5]. T. Oku, Y. Tetsuya, F. Kazuya, et al., Microstructures and photovoltaic properties of ZnO:Al/Cu₂O-based solar cells prepared by spin-coating and electrodeposition. *Solar Energy Materials & Solar Cells*, 2014, 4: 203–213.
- [6]. Z.X. Mirzajonov, K.A. Sulaymonov, T.I. Rakhmonov, F.T. Yusupov, D.SH. Khidirov, and J.S. Rakhimjonov, "Advancements in Zinc Oxide (ZnO) thin films for photonic and optoelectronic applications: a focus on doping and annealing processes," *E3S Web of Conferences*, 549, 03013 (2024). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202454903013>
- [7]. R. Pietruszka, R. Schifano, T.A. Krajewski, B.S. Witkowski, K. Kopalko, L. Wachnicki, and E. Zielony, "Improved efficiency of n-ZnO/p-Si based photovoltaic cells by band offset engineering," *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 147, 164–170

(2016).

<https://doi.org/10.1016/j.solmat.2015.12.018>

- [8].N.A. Sultanov, Z.X. Mirzajonov, F.T. Yusupov, and T.I. Rakhmonov, "Nanocrystalline ZnO Films on Various Substrates: A Study on Their Structural, Optical, and Electrical Characteristics," East European Journal of Physics, (2), 309-314 (2024).
<https://doi.org/10.26565/2312-4334-2024-2-35>

Paxta tolalarining optik xususiyatlarini tadqiq qilish

A.T. Mamadalimov^{1,2}, Sh.B.Utamuradova^{1,2}, N.K.Khakimova¹, S.U.Umarova³,
Sh.M.Norbekov¹, D.E.Xazratov¹, D.A.Azimova¹

¹O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy tadqiqot instituti

²Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti

³Qarshi davlat universiteti

Annotasiya: Ushbu maqolada biz namuna sifatida ingichka tolali paxta tolalarini legirlanmagan va turli xil kimyoviy elementlar bilan legirlangan paxta tolalarini optik mikroskopdagi tahlilini, hamda KMnO_4 va yod bilan ishlov berilgan namunalarida fotoluminesensiya spektrlari natijalarini bayon etilgan. KMnO_4 bilan legirlangan namunada yuqori optik faollik kuzatildi. Tadqiqot natijalari tolalarning optoelektron qurilmalarda qo'llanish imkoniyatlarini tasdiqlaydi.

Kalit so'zlar: Paxta tolalari, optik mikroskop, fotoluminessensiya, diffuziya, legirlash, volt-ampere xarakteristika.

Аннотация: В данной статье представлены результаты оптического микроскопического анализа тонковолокнистых хлопковых волокон, нелегированных и легированных различными химическими элементами, а также результаты спектроскопии фотолюминесценции образцов, обработанных KMnO_4 и йодом. Высокая оптическая активность наблюдалась в образце, легированном KMnO_4 . Результаты исследования подтверждают потенциальную возможность использования волокон в оптоэлектронных устройствах.

Ключевые слова: Хлопковые волокна, оптический микроскоп, фотолюминесценция, диффузия, легирование, вольт-амперная характеристика.

I. Кириш

Hozirgi kunda paxta tolalarining fizik-kimyoviy xossalarini o'rganish borasida olib borilayotgan tadqiqotlar boshqa tabiiy tolalarga (ipak, bambuk, kanop va x.z) qaraganda jadal rivojlanib kelmoqda. Bu hol albatta paxta tolalarining sanoatning ko'plab sohalarida ishlatilishi bilan ham bog'liqdir. Paxta tolalarining (PT) fizik xossalarini yanada mukammal o'rganish fizik qonuniyatlarni namoyon etishi, elektron texnikani yangi elementlarini yaratishda o'z ifodasini topadi [1-6]. Shu bois biz optik va elektrofizik xossalarini tahliliga e'tibor qaratamiz. Mikroelektronika o'zining eng yuqori bosqichiga erishdi. Bu esa o'z navbatida yangi muammolarni, hamda elektron texnikaning integratsiyasini, ya'ni nanoelektronikani rivojlantirishda katta hissa qo'shadi. So'nggi yillarda tabiiy tolalarni elektr o'tkazuvchi materiallarga aylantirish texnologiyalari ustida tadqiqotlar olib borilmoqda. Dunyoda birinchi bo'lib, O'zbekistonlik olimlar tomonidan paxta va ipak tolalarining yarimo'tkazgich xossalarga ega ekanligi aniqlandi [7-10]. Uzoq yillar olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, paxta tolalari navlariga qarab xususiyatlari har xil

bo'lar ekan. Tabiiy tolalar nanostrukturaga egadir. Bunday strukturalarni o'rganish davomida, ulardagi fizikaviy jarayonlarni va hodisalarni namoyon bo'lishi aniqlandi [11-13]. Hozirgacha tabiiy tolalarning xususan, paxta tolalarining fizikaviy xususiyatlari to'liq tekshirilmagan ayniqsa, optik va elektrofizikaviy xossalari. Shuning uchun tabiiy tolalarining elektrofizik va optik xossalari o'rganish dolzarb muammolardan hisoblanadi.

Paxta tolalarining ayrim biologik xossalari. Paxta tolalarining o'sishi va rivojlanishi ikki fazadan iborat [1]. Birinchi faza selluloza hosil bo'lish jarayoni, bunda tolalar 20–25 kun davomida faqat uzinasiga o'sadi, ikkinchi fazada esa uning devorlari qalinlashadi. Kam etilgan tolalarda selluloza kamroq bo'ladi, shuning uchun uning devorlari etilib pishgan tolalarga nisbatan yupqa bo'ladi. Etilib pishgan paxta tolalari uch qatlamdan iborat:

a) Tashqi qatlam boshqacha aytganda kutikula (kutosellyuloza)dan tashkil topgan himoya qilish vazifasini bajaradi. U tolani ultrabinafsha (UB) nurlar ta'siridan himoya qiladi.

b) Ikkilamchi qatlam faqat toza sellyulozadan iborat.

v) Uchinchi qatlam tolaning kanali.

Skotta – Taggarta nazariyasiga asosan paxta tolasini strukturasi spirall ko'rinishga ega. Sellyuloza molekulasi aniq regularlik xossasiga ega bo'lib, u zanjir bo'ylab bir yo'nalishda bo'ladi. Sellyuloza asosini tashkil etgan paxta tolasida kristall va amorf sohalar mavjud bo'lishi tasdiqlangan. Bu xol qo'sh nurni sinishi, namlik sorbsiyasi xossalari bilan oddiy tarzda isbotlanadi [2-6].

Quyida biz paxta tolalari asosida namunalar tayyorlash jaryonini batafsil ketma-ketlikda bayon etamiz. Paralel joylashgan tolalarning taxminiy soni 6000-8000 donani tashkil etadi. PT ni legirlash jarayonini boshlashdan oldin 1000S distillangan suvda 30 min davomida yuviladi va xona haroratida ($T \approx 300K$) quritiladi. PT sini mayda tishli taroq bilan (tishlar orasi 0,5 mm) silliq taraladi, so'ngra chigit tomonidan kesib olinadi. Keyin esa PT ni kesilgan tomonidan kimyoviy elementlarni spirtidagi yoki suvdagi eritmasiga shimdiriladi. Shimdirilgan PTni 75-800 S temperaturali termokamerada 5 soat davomida diffuziya qilinadi.

Paxta tolalariga kirishmalar kiritish texnologiyasi quyidagicha: Dastavval pishib etilgan paxta chigitidan tolalari parallel joylashgan holda ajratib olindi. Tabiiy tolalarni (masalan, paxta, ipak, jun va boshqalar) yarimo'tkazgich sifatida ishlatish uchun ularga maxsus modifikatsiyalar, ya'ni kirishmalar kiritiladi. Bu jarayon, odatda, tolalarning elektr, optik va kimyoviy xossalarini o'zgartirish maqsadida amalga oshiriladi. Kirishma kiritilishi natijasida tolalarning sirtida bir qator fizik-kimyoviy o'zgarishlar sodir bo'ladi. Kirishma kiritilganida tabiiy tolalarning yuzasidagi aktiv funksional guruhlar (OH , $COOH$, NH_2) bilan kimyoviy reaksiyalar sodir bo'ladi. Natijada, yangi kovalent yoki, vodorod bog'lari hosil bo'ladi; Tolaning sirtida komplekslar hosil bo'ladi (masalan, metall-komplekslar).

II. Материал ва усуллар

Paxta tolalari ishlov berilgandan so'ng Omik kontaktlar olish uchun grafit va suyuq shisha asosidagi elektr o'tkazuvchi yelim tayyorlanadi Kukun zarralari kabi maydalangan

grafit suyuq shisha bilan quyuq holatga yetguncha aralashtiriladi. Tarab tayyor holga keltirgan paxta tolasini 0,5 sm qilib kesib olib, maxsus qisgichga o'rnatiladi va ikki yon tomoniga uzunligi taxminan 7-8 sm bo'lgan mis sim qo'yilib, tayyorlab olingan yelim yordamida qotiriladi. Bunday elektro'tkazuvchi yelim 1 sm uzunlikdagi va 20 mkm qalinlikdagi pardaning qarshiligi $3 \cdot 10^2$ Om ga teng. Yasalgan kontaktimiz ideal holatga kelib qotishi uchun $80^\circ C$ da kamida 30 minut quritish kamerasiga joylashtiriladi. Shunday qilib, namunalar bir-biriga paralell jips joylashtirilgan, umumiy og'irligi 3,0-3,5 mg tolalar soni 7000-8000 dona, namuna uzunligi 5 mm ni tashkil etadi.

Ushbu ishni bajarish jarayonida paxta tolalarining haroratning elektr o'tkazuvchanligiga bog'liqligi, chuqur satxdagi energiya aktivasiyasini, optik hossalarni ("MP – 6" optik mirooskopda) va fotoluminesensiya spektrini (Флуоресцентный спектрометр модель Cary Eclipse) yuqori aniqlik bilan o'lchashga imkon beradigan zamonaviy usullardan va qurilmalardan foydalanildi.

III. Натижалар va muhokamalar

PT si nanostrukturaga ega, bu esa uning o'sish davridayoq shakllanadi. O'sish davrining oshib borishi bilan strukturaviy birlik oshib boradi. Bu albatta sellyuloza sintezi bilan bog'liq. Buz yuqoridagi ma'lumotlarni inobatga olgan holda tabiiy tolalarning elektrofizik va optik xossalarini o'rganish uchun tanlab olingan tolalarni optik mikroskopda tadqiq qildik. Tadqiqot davomida olingan natijalardan "Surxon - 104" navli PT larining turli xil ranglarda (qizil, sariq, yashil, ko'k) jilovlanishi va shu orqali PT larining pishganlik darajalari aniqlandi. Elektrofizik va optik xossalarini tadqiq qilish uchun yetilib pishgan PTlari tanlab olindi. 1-rasmda sof ishlov berilmagan (tozalanmagan) paxta tolalarining ko'rinishi, 2-rasmda esa tozalangan, yani distillangan suvda yuvilgandan so'ng paxta tolasini ko'rinishi. Suv bilan, ayniqsa toza distillangan suv bilan ishlov berilgandan so'ng, paxta tolasining tashqi xususiyatlari deyarli o'zgarmaydi - u tabiiy oq soyani saqlab, tuzilishini va asl rang diapazonini saqlab qoladi. Turli xil yorug'lik ta'sirida tolalar yuzasi rangi o'zgaradi – bu oq

nur ba qizil nur ta'siri ko'rinishida ko'rishimiz mumkin.

Paxta rangi tolalarning ma'lum spektrdagi yorug'likni aks ettirish qobiliyati bilan belgilanadi. Oq yorug'lik spektrning barcha ranglarining aralashmasidir, shuning uchun paxta tolasi butun spektrni teng ravishda aks ettiradi. Tabiiy kunduzi (quyosh nuri) ta'sirida tolalar quyosh nurlarining keng spektri, shu jumladan ultrabinafsha nurlanishi tufayli yorqin oq rangga ega bo'lib ko'rinadi, bu yorqinlik va tozalikni vizual idrok etishni kuchaytiradi. Qizil yorug'lik spektrning qizil qismida joylashgan taxminan 700 nm to'lqin

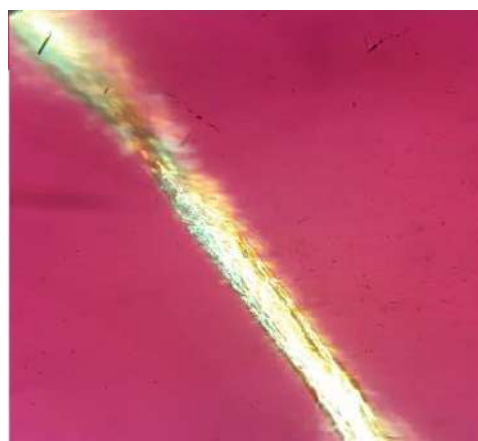
uzunligi bilan tavsiflanadi. Paxta tolalari qizil rangdan tashqari spektrning ko'p qismini o'zlashtiradi, bu esa materialning qizil yoki pushti ko'rinishiga olib keladi. Qizil yorug'lik qizil ranglarga urg'u beradi, oq matolarning tozaligini pasaytiradi. Shunday qilib, qizil lampalar yoki LEDlarning ta'siri paxta matosini qizil rangga aylantiradi. Bu ta'sir oq narsalar faqat qizil yorug'lik manbalari bilan yoritilganda aniq ko'rinadi. Namunaning sirt tuzilishi bir xil bo'lib qoladi, faqat yorug'likning ma'lum bir spektri ta'sirida rangning vizual idroki o'zgaradi.



1-rasm. Yuvilmagan ingichka tolali “Surxon–104” navli paxta tolasining oq nur (A) ba qizil nur (B) ostidagi tasviri



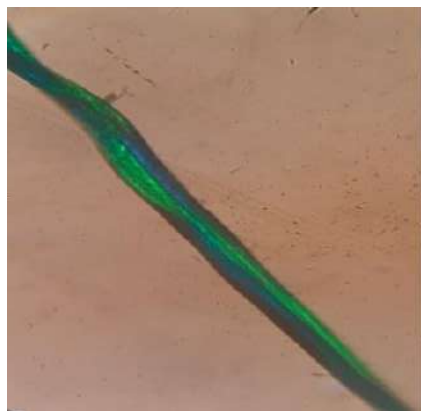
B



2–rasm. Yuvilgan ingichka tolali “Surxon–104” navli paxta tolasining oq nur (A) ba qizil nur (B) ostidagi tasviri

Tabiiy tolalarni optik xossalari va ularning optik mikroskopdagi tasvirlari orqali tahlil qilish – bu tolalar strukturasidagi fizik va morfologik o'zgarishlarni aniqlashning muhim bosqichidir. Kiritma kiritilgan va sof (kiritmasiz) tolalarning optik mikroskopda kuzatiladigan farqlari – ularning yorug'lik bilan o'zaro ta'siri, refraktsiya, sochilish,

interferensiya va polarizatsiya kabi fizik hodisalar orqali ifodalanadi. Toza paxta tolalarida tabiiy spiralsimon tuzilma aniq ko'rinadi. Distillangan suv bilan yuvilgandan keyin tashqi ko'rinishini saqlab qoladi, ammo ularning rang diapazoni yorug'lik turiga bog'liq. Oq yorug'lik sof oq ohangni ta'minlaydi, qizil yorug'lik esa matolarga qizil-pushti rang beradi.



Б

3 – rasm. $C_{27}H_{34}N_2O_4S$ bilan legirlangan ingichka tolali “Surxon–104” navli paxta tolasining tolasining oq nur (A) ba qizil nur (B) ostidagi tasviri



4 – rasm. Yod bilan legirlangan ingichka tolali “Surxon–104” navli paxta tolasining oq nur (A) ba qizil nur (B) ostidagi tasviri

Yod bilan legirlangan PTda Oq yorug'lik ostida to'q sariqdan jigarranggacha rang o'zgarishi yuz beradi, sababi yod bilan kompleks hosil bo'ladi. Tolaning sirtida xiralik va rangli sohalar kuzatiladi. Refraktiv indeks ortadi, kontrast kuchayadi. Yod tolaga birikkanida tolalar ko'proq yorug'lik yutadi, shuning uchun yorug'lik o'tishi kamayadi. Qizil yorug'lik ostida yod qizil nurni kuchsiz yutadi, ammo sirt yodli bo'lgani uchun rangi quyuq qizg'ish yoki jigarrang ko'rinadi. Yod

sellyuloza bilan kompleks hosil qiladi, bu esa tolaga elektr o'tkazuvchanlik orttiradi va optik xossalarni o'zgartiradi.

«Surxon-104» navli paxta tolalarini “MP – 6” optik miroskopda tadqiq qilish natijalari asosida uning yuzasidan har xil spektrli nurlar tarqalishi aniqlandi (1-4-rasmlar). Legirlangan paxta tolalarining sirti legirlovchi elementlar bilan qoplanganini, G'adir-budur, notekis, ba'zida yoriqlar yoki donachalar mavjudligini kuzatdik. Bunda esa legirlovchi elementlar

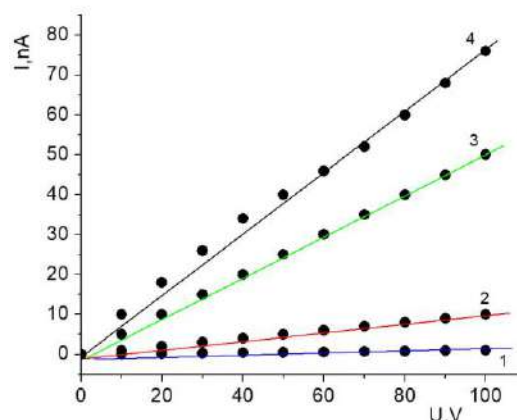
yoqori haroratda tolani tarkibidagi molekullari bilan kimyoviy bog'lar hosil qiladi. Har bir kirishma atomi o'zi turgan joy atrofida panjara davriyligini buzadi, hamda elektron yoki kovaklar uchun sathlar hosil qiladi. Paxta tolalariga kirishma kiritilishi natijasida ularning sirtida: Kimyoviy bog'lanishlar hosil bo'ladi; Sirt morfologiyasi o'zgaradi (g'adir-budurlik, sirt maydoni ortadi); Elektr o'tkazuvchanligi va optik xossalari yaxshilanadi; Muhit bilan o'zaro ta'sir kuchayadi. Bu esa ularni yarimo'tkazgich, sensor, elektrotexnik materiallar sifatida ishlatish imkonini beradi.

Yarimo'tkazgichlarning elektro'tkazuvchanligini oshirish yoki ularni ma'lum funktsiyaga ega qilish uchun yarimo'tkazgich materiallariga maqsadli ravishda kirishmalar qo'shiladi. Kirishma atomlari kristall panjaraning asosiy atomlari o'rniga o'tirib oladi yoki panjara tugunlari orasiga joylashib oladi va sathlar xosil qiladi. Biz yuqoridagi ma'lumotlarga tayangan holda tajribalarizmi olib bordik, ya'ni "Surxon-104" navli ingichka tolali paxta tolalarining elektrofizik xossalari tekshirildi. Eksperiment uchun to'rt xil turda namunalar tayyorlandi. Birinchi sof, ya'ni hech qanday ishlov berilmagan paxta tolalaridan namuna tayyorlanib, uning voltamper xarakteristika (VAX) si tekshirildi. Bunda 0 dan 100 V gacha oraliqda kuchlanish berildi, 5-rasm 1-to'g'ri chiziqdan ko'rinib turibdiki, tok kuchi $I_{\max} \leq 1$ nA tashkil qildi, ya'ni juda kichik miqdorda tok o'tayotganini ko'rishimiz mumkin.

Ikkinchi namunamiz paxta tolalariga $C_{27}H_{34}N_2O_4C$ (brilliant ko'ki) 1% li spirtdagi eritmasida legirlangan holda tayyorlandi. Bunda kiritiladigan modda paxta tolalariga shimdiriladi (28-30^oS temperaturada 30 minut davom etdi). So'ng diffuziya pechida 90^oS temperaturagacha 5 soat qizdiriladi, kirishmadagi suv molekullari bug'lanadi va kirishma atomlari paxta tolalari ichiga diffuziyalanib kira boradi. Bu kirishma atomlari bo'shab qolgan tugunlarga yoki tugunlar orasiga joylashib oladi. Ikkinchi namunalarga berilayotgan kuchlanish 0 dan 100 V gacha, tok kuchi $I_{\max} \leq 10$ nA ni tashkil etdi (5-rasm, 2-to'g'ri chiziq). $C_{27}H_{34}N_2O_4C$ (brilliant ko'ki) bilan paxta tolalarini legirlaganimizdan keyin VAX jarayonida tok

o'tishining keskin o'zgarishlarini kuzatishimiz mumkin.

Uchinchi namunamiz "Surxon-104" navli paxta tolalariga $KMnO_4$ ning 1,5% li eritmasi bilan legirlanib tayyorlandi. Kirishmani shimdirish jarayoni 27^oS temperaturada 30 minut davom etdi va diffuziya pechida 90^oS temperaturada 5 soat davomida diffuziya jarayoni olib borildi. Kuchlanish 0 dan 100 V gacha oshirilganda, tok kuchi $I_{\max} \leq 46$ nA ni tashkil etdi. 3.5-расм 3-тоъғри чизикда келтирилган то'g'ri chiziqdan ko'rishimiz mumkinki, legirlanmagan paxta tolalariga nisbatan $KMnO_4$ bilan legirlangan paxta tolalarida tok kuchining bir necha 10 barobar ortganini ko'rishimiz mumkin. Bu esa kirishmaviy yarimo'tkazgichlarga xususiyatlarni namoyon qiladi.



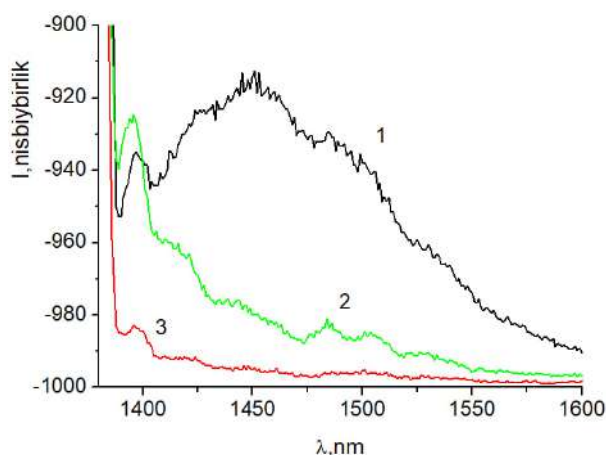
5-rasm. "Surxon-104" ingichka tolali paxta tolalarining volt-amper xarakteristikalarini. $T=300K$. 1-sinov namunasi, 2- $C_{27}H_{34}N_2O_4C$ bilan legirlangan, 3- $KMnO_4$ bilan legirlangan, 4- $Ca(H_2PO_4)_2$ bilan legirlangan

To'rtinchi namuna, "Surxon-104" navli paxta tolalariga $Ca(H_2PO_4)_2$ kalsiy digidrofosfatning distillangan suvdagi 5% li eritmasi bilan legirlangan holda tayyorlandi. Kirishmani shimdirish jarayoni 27^oS temperaturada 30 minut davom etdi va diffuziya pechida 90^oS temperaturada 5 soat davomida diffuziya jarayoni davom etdi. Berilayotgan kuchlanish 0 dan 100 V gacha berilganda, tok kuchi $I_{\max} < 80$ nA ni tashkil etdi (5-rasm, 4-to'g'ri chiziq). $Ca(H_2PO_4)_2$ kalsiy digidrofosfat bilan legirlagan vaqtimizda namunadan o'tadigan tok kuchini brilliant ko'ki bilan legirlaganga qaraganda ko'proq tok o'tishini kuzatishimiz mumkin.

Namunalarga ksenon lampa yordamida monoxramatik ultrabinafsha nur ta'sir ettirildi, buning natijasida namuna tarkibidagi elektronlar tanlash qoidasiga binoan kvantlangan $h\nu$ energiya miqdorini yutib quyi energetik sathlardan yuqori energetik sathlarga o'tkizildi. Elektronlar qisqa vaqt davomida yuqori sathlarda bo'lib, so'ng dastlabki holatga qaytayotganda yutilgan energiya miqdorini fotonlar ko'rinishida nurlatadi. Olingan natijalardan ma'lumki fotoluminessensiya spektrida turli to'liq uzunliklarda maksimumlar kuzatildi. Organik materiallarning, xususan, tabiiy tolalarning fotolumensensiya xossalarini o'rganish hozirgi kunda ekologik toza va barqaror materiallarga bo'lgan ehtiyoj ortib borayotgan bir paytda muhim ilmiy yo'nalishga aylangan. Paxta tolalari tabiiy polimer — sellulozadan tashkil topgan bo'lib, uning ichki strukturasi va defekt holatlari yorug'lik bilan o'zaro ta'sirda turlicha fotoluminesensiya (FL) spektrlarini namoyon etadi. Mazkur tadqiqotda FL spektrining 350–600 nm oralig'ida o'lgangan natijalari asosida paxta tolalarining optik faolligi chuqur tahlil qilindi. Ushbu tadqiqotda Surxon-18 va Surxon-104 turidagi paxta tolalari turli kimyoviy ishlov berishlardan so'ng fotoluminesensiya xossalarini qanday o'zgartirishi o'rganildi. KMnO_4 va yod moddalari yordamida modifikatsiyalangan namunalar orqali energiya holatlari va taqiqlangan zona kengligidagi o'zgarishlar kuzatildi.

Tadqiqotda quyidagi namunalarning FL spektrlari 1300–1600 nm oralig'ida qayd etildi. 6-rasm 1-namuna KMnO_4 (kaliy permanganat) bilan legirlangan Surxon-18 navli paxta tolasi, 2-namuna 5% li yodning spirtidagi eritmasi bilan ishlov berilgan Surxon-18 navli paxta tolasi, 3-namuna 5% li yodning spirtidagi eritmasi bilan ishlov berilgan Surxon-104 navli paxta tolasi.

Spektroskopiya usuli bilan qayd etilgan FL spektrlari nisbiy birliklarda ifodalangan. Har bir namuna uchun maksimum intensivlik va maksimum emissiya to'liq uzunligi aniqlanib, materialning taqiqlangan zonada joylashgan chuqur sathlar aniqlangan.



6-rasm. Surxon-18 KMnO_4 (kaliy permanganat) bilan legirlangan (1) va Yod ning 5% li spirtidagi eritmasi “Surxon-18” (2), hamda Yod ning 5% li spirtidagi eritmasi “Surxon -104” paxta tolalarining fotolumensensiya spektri (3)

6-rasmda ko'rinib turibdiki 1-namunada (KMnO_4 bilan legirlangan Surxon-18) yorug'lik spektri yuqori intensivlikka ega FL maksimumi taxminan 1450–1470 nm oralig'ida joylashgan.

2-namunada (yod bilan ishlov berilgan Surxon-18) yorug'lik spektri pasaygan, FL maksimumi kengroq ya'ni 1450–1500 nm oralig'ida.

3-namuna (yod bilan ishlov berilgan Surxon-104):

Eng past intensivlikka ega spektr, FL maksimumi kuchsiz.

Taqiqlangan zonada joylashgan chuqur sathlarning energiyasi quyidagi formula bilan baholanadi:

$E = hc / \lambda$ bu yerda $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3 \times 10^8$ m/s, λ – FL maksimum to'liq uzunligi (m):

Namuna	λ (nm)	E_g (eV)
1	1450	0.86
2	1480	0.84
3	1500	0.83

IV. Xulosalar

Yuqorida olingan natijalardan xulosa aytishimiz mumkinki, “Surxon-104” navli paxta tolalarini “MP – 6” optik miroskopda tadqiq qilish natijalari asosida uning yuzasidan har xil spektrli nurlar tarqalishi aniqlandi. Legirlangan paxta tolalarining sirti legirlovchi

elementlar bilan qoplanganini kuzatdik. Bunda esa legirlovchi elementlar yuqori haroratda tolaning tarkibidagi molekulalari bilan kimyoviy bog'lar hosil qiladi. Turli xil legaturalar bilan legirlangan namunalimizdan tok o'tishi keskin o'zgarib, turlicha bo'lishi kuzatildi. Demak, paxta tolalariga kirishma kiritib, biz ularning elektro'tkazuvchanligini boshqarishimiz mumkin. Yarimo'tkazgichlarning elektro'tkazuvchanligini oshirish va ularni ma'lum maqsadlarda ishlatish uchun kiritmalar kiritish eng muhim jarayondir.

KMnO₄ ionlari tolalarning energetik holatlarini barqarorlashtirib, foton emissiyasini kuchaytirgan. Yod bilan ishlov berish spektral intensivlikni pasaytirgan. "Surxon-18" va "Surxon-104" taqqoslanganda "Surxon-104"

tolalarida yod ta'siriga nisbatan sust reaksiya kuzatilgan.

KMnO₄ bilan legirlangan Surxon-18 namunasi eng yuqori FL intensivlikka ega bo'lgan. Yod bilan ishlov berish umumiy holatda FL pasayishiga olib keladi. - Taqiqlangan zonada joylashgan chuqur sathlar qiymatlari namunalar orasida farq qiladi. Natijaga ko'ra paxta tolalarini optoelektronika va datchik texnologiyalarida qo'llash imkoniyatlarini yaratadi.

Bu ish O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot institutida FL - 9524115084 "Organik yarimo'tkazgichli elektron asboblarning ilmiy asoslarini yaratish" mavzusidagi fundamental grantni bajarish asosida amalga oshirildi.

Adabiyotlar

1. X.U.Усманов, Г.В.Никонович. Электронная микроскопия целлюлозы. Ташкент, «Фан», 1962, стр.51-72, 130-175
М.Я. Иоелович. Изучение процесса формирования надмолекулярной структуры хлопковый целлюлозы. ВМС. Том.35. №5. 1993 Б. Стр. 268-272
2. А.Т. Мамадалимов, М. Шерматов. Т.А. Усманов. Т.М. Аширбаев. Влияние биофизических факторов на полупроводниковые свойства хлопковых волокон. Сб.ст.межд. конф. "Прикладные проблемы физики полупроводников" ТашГУ Ташкент. 1999 г. 15-17 сентября, стр.39-40
3. Н.А. Якунин, А.Е. Завадский, А.П. Морыганов. Изменение надмолекулярной структуры хлопковых волокон при сорбции паров воды. ВМС. Том 45, №5. 2003 стр. 767-773.
4. А.Т. Мамадалимов, Б.Э. Тураев, Т.Т. Тургунов, Т.А. Усмонов "Исследование влияния обработки поверхности хлопковых волокон на их электрические свойства" Доклады АНРУз, 2004, №3, стр. 48-52
5. Н.К. Юркштович, А.К. Чеховский, Н.В. Голуб, Ф.Н. Капуцкий. Влияние структурной и химической модификации целлюлозного волокна оксидом азотом (IV) на физико-механические свойства. Том 45, № 5. 2005, стр. 773-779.
6. А.Т. Мамадалимов, П.К. Хабубуллаев, М. Шерматов. Некоторые проблемы модификации физических свойств хлопковых волокон. УФЗ 1990 г. т.1. №6, стр. 465-479.
7. А.Т.Мамадалимов. Новое научное направление физики полупроводников: природные полупроводники. "Tendensii razvitiya sovremennoy fiziki poluprovodnikov: problemi, dostijeniya i perspektivi". Sbornik materialov mejdunarodnoy

onlayn konferensii. www.e-science.uz 28 maya 2020g., s 16-25.

8. N.K.Xakimova. Svoystva prirodnih poluprovodnikov volokon. Tashkent. "KALEON PRESS", 2021 G., 112 s.
9. Mamadalimov A.T., Khakimova N.K., Norbekov Sh.M., Uralov A.A. Electrophysical properties of the "Gulbahor" variety cotton fibers doped with iodine // Journal of Semiconductor physics and Microelectronics Tom-4, №1, 2022 г.
10. Mamadalimov A.T., Oksegendler B.L., Otazhynov Sh.O., Turaev B.E., Usmanov T.A., Khakimova N.K., and Kadirov Zh.A. Features of the Photoconductivity of Iodine-Doped Cotton Fibers Illuminated in the Fundamental Absorption Range. Technical Physics Letters, 2002. Vol. 28, pp.581-583.
11. А.Т. Мамадалимов, Н.К. Хакимова. Табиий яримўтказгич толаларнинг электрофизик хоссалари// Яримўтказгичли опто-ва наноэлектроника, муқобил энергия манбалари ҳамда уларнинг истиқболлари мавзусида халқаро илмий-амалий анжумани. АДУ, Андижон, 2023 йил 12-13 октябрь, 114-117 бетлар.
12. Хакимова Н.К. Исследование электрофизических свойств хлопковых волокон, легированных йодом// Доклады АН РУз. 2016. №4. стр. 22-25.

Муаллифлар ҳақида маълумот

Mamadalimov Abdugafur Teshabaevich-Fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Respublikasi Akademiyasi akademigi, O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti laboratoriya mudiri (Toshkent shahri, O'zbekiston Respublikasi) mamadalimov.edu@mail.ru

Sharifa Bekmuradovna Utamuradova - Fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar

fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti direktori. (Toshkent shahri, O'zbekiston Respublikasi)

Xakimova Nilufar Karimkulovna-O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti, katta ilmiy xodimi, (Toshkent shahri, O'zbekiston Respublikasi)

Khakimova_nilufar@mail.ru

Umarova Saida Uroqovna-Qarshi Davlat universiteti katta o'qituvchisi, (Qarshi shahri, O'zbekiston Respublikasi)

Norbekov Shohzod Mamarasul o'g'li - O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi

Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti katta ilmiy xodimi, (Toshkent shahri, O'zbekiston Respublikasi)

Dilshod Elmurod o'g'li Xazratov - O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti stajyor tadqiqotchi, (Toshkent shahri, O'zbekiston Respublikasi)

Durdona A'zam qizi Azimova - O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti laboranti (Toshkent shahri, O'zbekiston Respublikasi)

Возможности и перспективы терагерцовой спектроскопии в анализе структуры биомолекул

С.С. Насриддинов¹, А. Мавлянов² Д.М.Есбергенов³

^{1,2}филиал Астраханского государственного технического университета в Ташкентской области Республики Узбекистан

³Нукусский государственный технический университет

Аннотация: В данной статье рассматриваются современные методы и достижения терагерцовой (ТГц) спектроскопии в исследовании структурных особенностей биологических макромолекул. ТГц-излучение обладает уникальной чувствительностью к низкочастотным колебаниям, водородным связям и процессам гидратации, что делает его незаменимым инструментом для анализа динамики белков и нуклеиновых кислот. В работе анализируются преимущества ТГц-спектроскопии перед традиционными методами, такими как ИК-спектроскопия и рентгеноструктурный анализ, в частности её неионизирующий характер и высокая чувствительность к конформационным изменениям. Обсуждаются перспективы применения данной технологии в медицинской диагностике, фармацевтике и фундаментальной биофизике.

Ключевые слова: терагерцовая спектроскопия, биомолекулы, структура белков, динамика гидратации, водородные связи, конформационные изменения, неионизирующее излучение, биомедицинская диагностика.

This article explores contemporary methods and advancements in terahertz (THz) spectroscopy for investigating the structural characteristics of biological macromolecules. THz radiation exhibits unique sensitivity to low-frequency vibrations, hydrogen bonds, and hydration processes, making it an indispensable tool for analyzing the dynamics of proteins and nucleic acids. The paper evaluates the advantages of THz spectroscopy over traditional techniques, such as IR spectroscopy and X-ray diffraction, highlighting its non-ionizing nature and high sensitivity to conformational changes. Future perspectives of applying this technology in medical diagnostics, pharmacology, and fundamental biophysics are also discussed.

Keywords: terahertz spectroscopy, biomolecules, protein structure, hydration dynamics, hydrogen bonds, conformational changes, non-ionizing radiation, biomedical diagnostics.

I. Введение.

Развитие современной биофизики и молекулярной биологии требует методов, способных исследовать динамику макромолекул в их естественном состоянии. Терагерцовое (ТГц) излучение (диапазон частот от 0,1 до 10 ТГц) занимает промежуточное положение между микроволнами и инфракрасным светом. Актуальность данной темы обусловлена тем, что именно в этом диапазоне лежат частоты коллективных колебаний биополимеров [1].

II. Физические основы взаимодействия ТГц-излучения с биомолекулами.

ТГц-волны чувствительны к слабым межмолекулярным взаимодействиям. Терагерцовое (ТГц) излучение, занимающее область спектра между инфракрасным и микроволновым диапазонами (примерно от 0.1 до 10 ТГц), обладает уникальной способностью «видеть» динамику молекулярных структур. Почему это происходит и почему это важно:

1. Энергетическое соответствие. Энергия квантов терагерцового излучения ($h\nu$) крайне мала. В отличие от инфракрасного света,

который заставляет вибрировать отдельные химические связи внутри молекулы (например, растяжение связи C-H), ТГц-волны резонируют с коллективными движениями больших групп атомов. К этим взаимодействиям относятся: водородные связи: основа структуры воды и ДНК. Ван-дер-ваальсовы силы: слабые межмолекулярные силы притяжения и отталкивания. Фононные моды: колебания кристаллической решетки в твердых телах.

2. «Отпечатки пальцев» сложных соединений. Поскольку ТГц-волны чувствительны к упаковке молекул в пространстве, они позволяют различать вещества, которые химически идентичны, но имеют разную структуру: полиморфизм: одно и то же лекарство может иметь разные кристаллические формы. ТГц-спектроскопия легко их отличает, что критически важно для фармацевтики. Изомеры: молекулы с одинаковым составом, но разным расположением атомов, имеют уникальные «подписи» в ТГц-диапазоне.

3. Чувствительность к гидратации. ТГц-излучение чрезвычайно сильно поглощается

водой. Это делает его идеальным инструментом для изучения гидратных оболочек вокруг белков и других биомолекул. Малейшее изменение в поведении молекул воды рядом с биологическим объектом меняет ТГц-отклик.

Практическое значение. Благодаря этой чувствительности ТГц-технологии применяются в: биомедицине: диагностика опухолей (содержание воды в здоровых и раковых тканях различается). Безопасности: обнаружение взрывчатых и наркотических веществ (многие из них имеют специфические спектральные пики в ТГц-области). Контроле качества: проверка целостности таблеток и композитных материалов. В отличие от рентгена, ТГц-излучение является неионизирующим. Оно обладает достаточно низкой энергией, чтобы не разрушать химические связи и не повреждать ДНК, что делает его безопасным для живых организмов.

В отличие от ИК-спектроскопии, которая фиксирует колебания отдельных химических связей (например, С-Н или О-Н), ТГц-спектроскопия позволяет наблюдать: скелетные вибрации длинных цепей белков; колебания водородных связей; динамику гидратации (взаимодействие молекулы с окружающей водной оболочкой). Терагерцовая спектроскопия (ТГц-МС) фактически является «золотым стандартом» для изучения низкочастотной динамики биомолекул. В то время как классическая ИК-спектроскопия фокусируется на «локальных» событиях, ТГц-диапазон показывает картину целиком [2]. Вот как именно ТГц-волны взаимодействуют с перечисленными вами объектами:

1. Скелетные вибрации. Белки - это не жесткие конструкции, а гибкие машины. Их функциональность часто зависит от крупномасштабных движений (изгибов, скручиваний). Суть: энергия ТГц-квантов совпадает с энергией коллективных мод колебаний полипептидной цепи. Что это дает: мы можем наблюдать за тем, как белок меняет свою конформацию при связывании с лигандом или лекарственным препаратом. Это «дыхание» молекулы, которое невозможно увидеть на высоких частотах.

2. Колебания водородных связей. Водородные связи намного слабее ковалентных, поэтому их резонансные частоты лежат именно в ТГц-области (0.1-10 ТГц). Специфика: ТГц-излучение напрямую возбуждает межмолекулярные растяжения и деформации водородных мостиков. Значение: это позволяет изучать стабильность вторичных структур белков (α - спиралей и β - листов) и двойной спирали ДНК в реальном времени.

3. Динамика гидратации. Это, пожалуй, самая чувствительная область ТГц-спектроскопии. Вокруг каждой биомолекулы существует гидратная оболочка - слой молекул воды, свойства которых отличаются от «объемной» воды. ТГц-отклик: молекулы воды в гидратной оболочке связаны с белком водородными связями, что ограничивает их подвижность и меняет диэлектрическую проницаемость среды. Биологическая роль: гидратная оболочка работает как «смазка» для белка. ТГц-спектроскопия позволяет измерить толщину этого слоя (обычно 10-20 Å) и плотность связей в нем. Почему это критически важно сегодня? (таблица 1):

Объект наблюдения	Что мы узнаем
Свернутые/развернутые белки	Понимание причин возникновения болезней (например, Альцгеймера, где белки сворачиваются неправильно).
Взаимодействие «Белок-Лиганд»	Помогает в разработке лекарств, показывая, как именно молекула препарата влияет на динамику мишени.
Замороженные биосистемы	Изучение процессов криоконсервации и сохранения активности клеток при низких температурах.

ТГц-спектроскопия - это мост между рентгеновскую кристаллографию) и реальной статичной структурой (полученной через биологической функцией, которая всегда

связана с движением и водным окружением. Важной характеристикой является неионизирующий характер излучения. Энергия фотонов ТГц-диапазона ($E \approx 1-40$ мэВ) недостаточна для разрыва ковалентных связей или ионизации атомов, что делает метод безопасным для живых систем. Неионизирующий характер - это фундаментальное преимущество, которое переводит терагерцовые технологии из разряда чисто лабораторных инструментов в разряд безопасных методов диагностики на живом организме. Вот почему это свойство является критическим:

1. Сохранность генетического аппарата. В отличие от рентгеновского излучения (X-rays), энергия квантов ТГц-диапазона крайне мала. Рентген: энергии фотона достаточно, чтобы выбить электрон из атома, разорвать ковалентные связи в молекуле ДНК и вызвать мутации. Терагерц: энергии фотона хватает только на то, чтобы «покачать» молекулу или изменить её вращательное состояние. Она в

миллионы раз меньше энергии, необходимой для ионизации.

2. Безопасность для медицинского персонала и пациентов. Поскольку излучение не накапливается в тканях и не вызывает повреждения клеток на уровне генома, ТГц-сканирование можно проводить многократно: без риска превышения «лучевой нагрузки». Без специальной защиты: не требуются свинцовые фартуки или экранированные помещения, как в случае с гамма- или рентген-аппаратами.

3. Низкая тепловая нагрузка. ТГц-излучение часто путают с микроволновым (СВЧ), которое может сильно нагревать ткани (принцип микроволновки). Однако в диагностических ТГц-системах используются очень низкие мощности. Излучение поглощается в основном верхними слоями кожи (из-за воды), но из-за малой мощности оно не вызывает термического ожога или перегрева белков. Сравнение энергий излучения (таблица 2):

Тип излучения	Энергия фотона	Воздействие на биологическую ткань
Рентгеновское	> 100 эВ	Ионизирующее: разрыв связей, повреждение ДНК.
Ультрафиолет	$3 - 100$ эВ	Химическое: возбуждение электронных оболочек, риск меланомы.
Видимый свет	$1.6 - 3$ эВ	Оптическое: поглощение пигментами.
Терагерцовое	$0.001 - 0.04$ эВ	Неионизирующее: межмолекулярные колебания, нагрев минимален.

Практическое следствие. Благодаря сочетанию неионизирующего характера и чувствительности к воде, ТГц-волны стали идеальным инструментом для интраоперационной диагностики: например, когда хирургу нужно прямо во время операции определить границы опухоли мозга, не повреждая здоровые нейроны жестким излучением. Эндоскопии: создание гибких ТГц-волноводов для осмотра внутренних органов без риска лучевого повреждения слизистой. Это делает ТГц-технологии «зелёной» и гуманной альтернативой многим традиционным методам визуализации.

III. Методология.

Терагерцовая спектроскопия с временным разрешением (THz-TDS). Наиболее распространенным методом является THz-TDS (Time-Domain Spectroscopy). THz-TDS (терагерцовая спектроскопия с временным разрешением) - это «рабочая лошадка» современной терагерцовой фотоники. Именно этот метод позволил ТГц-технологиям выйти за пределы узкоспециализированных физических лабораторий. Его ключевая особенность заключается в том, что он измеряет не просто интенсивность света (как обычный спектрометр), а непосредственно

напряженность электрического поля ТГц-импульса во времени [3].

Как работает THz-TDS? Метод основан на использовании фемтосекундного лазера, импульс которого делится на два канала: генерация: первый импульс попадает на антенну (например, фотопроводящую) и «выбивает» короткий ТГц-пакет. Детектирование: второй импульс (пробный) проходит через линию задержки и встречается с ТГц-импульсом на детекторе. Изменяя задержку, мы как бы «сканируем» форму ТГц-волны точка за точкой.

Почему THz-TDS так популярен? Главное преимущество метода - получение когерентного сигнала. Это дает два критически важных параметра за одно измерение: амплитуда: показывает, насколько сильно образец поглощает излучение (коэффициент поглощения α). Фаза: показывает, насколько образец замедляет волну. Это позволяет напрямую вычислить показатель преломления (n) без использования сложных математических преобразований Крамерса-Кронига. Сравнение с другими методами (таблица 3):

Характеристика	THz-TDS	Фурье-спектроскопия (FTIR)
Источник	Фемтосекундный лазер	Лампа обратной волны / Глобара
Тип сигнала	Короткие импульсы	Непрерывное излучение
Чувствительность	Очень высокая (из-за стробоскопического эффекта)	Ниже в ТГц-диапазоне
Информация	Амплитуда + Фаза (напрямую)	Только интенсивность
Шум	Минимум фонового теплового шума	Чувствительна к тепловому фону

Что это дает на практике? Поскольку мы видим временной профиль импульса, мы можем: 1. Измерять толщину: по задержке импульса можно с микронной точностью определить толщину объекта (например, слоев краски на автомобиле или оболочки таблетки). 2. Убирать отражения: с помощью математического «окна» можно отсеять паразитные отражения от стенок кюветы и анализировать только сигнал от образца. 3. Работать при комнатной температуре: Большинство систем THz-TDS не требуют охлаждения жидким гелием, в отличие от многих детекторов непрерывного излучения [4]. Именно благодаря THz-TDS мы можем наблюдать ту самую «динамику гидратации», о которой говорили ранее. Метод позволяет зафиксировать сверхбыстрые изменения в ориентации молекул воды, происходящие за пикосекунды (10-12 с). Процесс измерения описывается функцией пропускания:

$$E_{\text{sam}}(\omega) = E_{\text{ref}}(\omega) \times \exp(-\alpha(\omega)d) / 2 \times \exp(\ln(\omega) \omega d / c)$$

где: $n(\omega)$ - показатель преломления; $\alpha(\omega)$ - коэффициент поглощения; d - толщина образца.

Этот метод позволяет одновременно получать информацию и об амплитуде, и о фазе сигнала, что исключает необходимость использования преобразований Крамерса-Кронига.

IV. Анализ структуры белков и ДНК.

Белки являются динамичными объектами. Их функциональность зависит от конформационных изменений. ТГц-спектроскопия позволяет идентифицировать состояния «свернутый/развернутый» белка. Это действительно одно из самых впечатляющих применений метода. Способность ТГц-спектроскопии различать конформационные состояния белков (фолдинг и анфолдинг) основана на том, что при сворачивании белка радикально меняется не только его геометрия,

но и его глобальная динамика [5]. Вот как именно это работает:

1. Чувствительность к коллективным модам. Когда белок находится в развернутом состоянии, он представляет собой гибкую, хаотичную цепочку (статистический клубок). В таком состоянии его колебания разрознены и не имеют четко выраженных низкочастотных резонансов. При сворачивании белок превращается в компактную, упорядоченную глобулу. Возникают те самые скелетные вибрации всей структуры, которые имеют специфические «отпечатки» в ТГц-диапазоне.

2. Изменение гидратной оболочки. Это ключевой фактор для THz-TDS. Развернутый белок: большая часть аминокислотных остатков (включая гидрофобные) открыта для воды. Вокруг них формируется огромная, но рыхлая гидратная оболочка. Свернутый белок: гидрофобное ядро прячется внутри, а на поверхности остаются только определенные участки. Гидратная оболочка становится более

компактной и структурированной. Поскольку ТГц-излучение крайне чувствительно к состоянию воды (свободная она или связанная), спектр поглощения резко меняется в зависимости от того, «чувствуют» ли молекулы воды белок или нет.

3. Индикатор структурных переходов. ТГц-спектроскопия позволяет фиксировать переходы между состояниями, которые могут быть невидимы для других методов: промежуточные состояния: состояние, когда белок уже компактен, но его вторичная структура еще не до конца сформирована. ТГц-волны позволяют «поймать» этот момент через изменение диэлектрической проницаемости. Денатурация: при нагревании или изменении кислотности среды ТГц-спектр показывает разрушение водородных связей и потерю коллективных мод задолго до того, как белок полностью выпадет в осадок. Преимущества ТГц-подхода перед классикой (таблица 4):

Метод	Что видит	Ограничение для фолдинга
Рентгеноструктурный анализ	Статичную структуру (атомы)	Нужно вырастить кристалл; не видит динамику.
ИК-фурье (FTIR)	Колебания отдельных связей	Плохо отличает глобальную форму белка.
ТГц-спектроскопия	Глобальные колебания и воду	Идеально для растворов, максимально близких к живой клетке.

Практический пример: в фармацевтике ТГц-МС используют для контроля качества белковых препаратов (например, инсулина). Если белок хотя бы частично развернулся или агрегировал, ТГц-сигнал изменится мгновенно, сигнализируя о потере лекарственных свойств. Можно сказать, что ТГц-спектроскопия дает нам «динамический портрет» белка, показывая не просто то, как он выглядит, но и то, как он «живет» и взаимодействует с окружением. В случае ДНК, ТГц-волны позволяют фиксировать резонансные частоты, отвечающие за раскручивание двойной спирали, что критично для понимания процессов репликации [6].

Вода обладает аномально высоким поглощением в ТГц-диапазоне. Долгое время это было препятствием. Однако современная микрофлюидика позволяет исследовать биомолекулы в тонких слоях воды, что открыло

путь к изучению «биологической воды» - слоев гидратации, которые определяют биологическую активность молекул. Перспективы и вызовы. Основные преимущества: Label-free: Не требуются флуоресцентные метки. Высокая чувствительность: к изменениям вторичной структуры. Ограниченное пространственное разрешение (дифракционный предел). Решением является использование метаматериалов и нанозондов для ТГц-микроскопии ближнего поля.

Терагерцовая спектроскопия превращается из экспериментального физического метода в мощный инструмент биомедицинского анализа. Возможность бесконтактного и неразрушающего контроля структуры макромолекул открывает новые

горизонты в ранней диагностике патологий и разработке лекарственных препаратов.

Литература

- [1]. Тарасов, А. П. Введение в терагерцовую технику и технологии : учебное пособие / А. П. Тарасов. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. – 156 с.
- [2]. Башаринов, Ю. В. Исследование биомолекул методами спектроскопии / Ю. В. Башаринов // Журнал прикладной спектроскопии. 2023. – Т. 90, № 2. – С. 45–52.
- [3]. Tulsyan, G. Terahertz Spectroscopy for Biological Applications: A Review / G. Tulsyan, M. Khare // Journal of Molecular Structure. 2024. – Vol. 1280. – P. 135-148.
- [4]. Смирнов, В. И. Оптические свойства биологических тканей в терагерцовом диапазоне / В. И. Смирнов, Л. А. Петрова // Биофизика. 2022. – Т. 67, вып. 4. – С. 789–795.
- [5]. He, M. Terahertz Time-Domain Spectroscopy of Biomolecules / M. He, A. J. Fitzgerald // Nature Photonics. 2023. – No. 17. – P. 210–222.
- [6]. Кузнецов, С. А. Метаматериалы для терагерцового диапазона / С. А. Кузнецов // Успехи физических наук. 2025. – Т. 195, № 1. – С. 12–28.

Fotoenergetika yarimo'tkazgichli materiallarini olish usullari

Z.M.Soxibova

Andijon davlat texnika instituti, fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD).
O'zbekiston.

Annotatsiya: Mazkur maqolada fotoenergetika sohasida qo'llaniladigan yarimo'tkazgich materiallarning fizik xossalari, energetik zonalar nazariyasi va elektr o'tkazuvchanlik mexanizmlari batafsil yoritilgan. Yarimo'tkazgichlarda elektron va kovaklarning hosil bo'lishi, ularning harakati hamda kirishmalar ta'sirida o'tkazuvchanlikning o'zgarishi tahlil qilinadi. Shuningdek, yarimo'tkazgich materiallarni olishning zamonaviy texnologik usullari, ularning tarkibi va tuzilishiga qo'yiladigan talablar ko'rib chiqilib, fotoelektrik xususiyatlari hamda amaliy qo'llanilish istiqbollari bayon etilgan.

Kalit so'zlar: fotoenergetika, yarimo'tkazgichlar, energetik zonalar, elektr o'tkazuvchanlik, fotovoltaiik effekt, kremniy, kirishmalar, yarimo'tkazgich texnologiyasi.

Аннотация: В данной статье рассмотрены физические свойства полупроводниковых материалов, применяемых в фотоэнергетике, а также теория энергетических зон и механизмы электрической проводимости. Проанализированы процессы образования и движения электронов и дырок, влияние примесей на проводимость. Кроме того, описаны современные технологические методы получения полупроводниковых материалов, требования к их структуре и составу, а также их фотоэлектрические свойства и перспективы практического применения.

Ключевые слова: фотоэнергетика, полупроводники, энергетические зоны, электрическая проводимость, фотогальванический эффект, кремний, примеси, технология полупроводников

Abstract: This article examines the physical properties of semiconductor materials used in photovoltaics, as well as energy band theory and electrical conductivity mechanisms. The processes of electron and hole formation and movement, as well as the influence of impurities on conductivity, are analyzed. Furthermore, modern technological methods for producing semiconductor materials, the requirements for their structure and composition, as well as their photovoltaic properties and practical application prospects, are described.

Keywords: photovoltaics, semiconductors, energy bands, electrical conductivity, photovoltaic effect, silicon, impurities, semiconductor technology

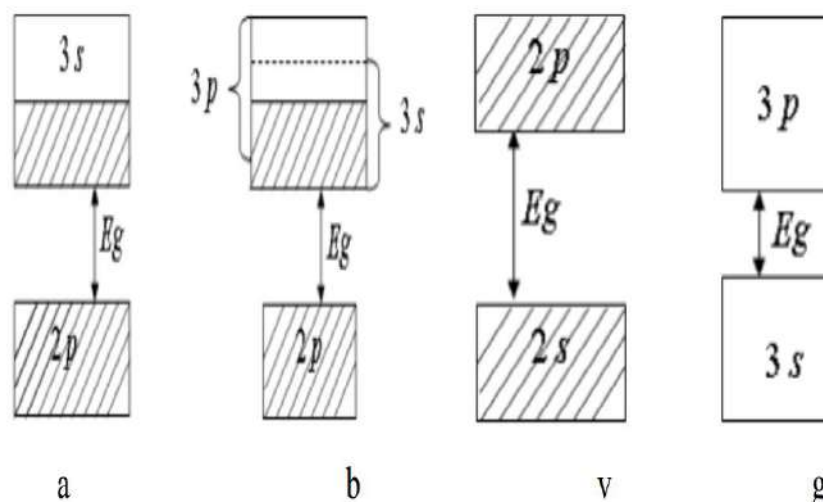
I. Kirish

1839 yilda Fransuz olimi Edmon Bekkerel birinchi bo'lib, elektrolit yacheykalarda fotovoltaiik effektini kuzatdi. 1876 yilda Adams va Deem Londonda selen asosidagi qattiq jisimli fotoelektrik elementlarda tajribalar olib borishdi.

Bunda ularning FIK $\approx$ 0,5 % dan oshmagan. Yarimo'tkazgichlarning boshqa bir muhim xossasi shundaki, ularda elektr tokini o'tkazishda faqat manfiy zaryadlar - elektronlar emas, balki (qiymati elektron zaryadiga teng) musbat zaryadlar - kovaklar ham qatnashadi. Har bir energetik soha chegaralargan miqdordagi energetik sathlardan iborat. Pauli prinsipiga asosan, har bir energetik sathni ikkitadan ortiq bo'lmagan elektronlar egallashi mumkin. Qattiq jismda, elektronlar soni chegaralangan bo'lganda, faqat quyi energetik sathlar elektronlar bilan to'lgan bo'ladi. Sohalarni elektronlar egallash tabiatiga asosan, barcha jismlar ikkita katta guruhga bo'linadilar. Birinchi guruhga elektronlar to'la egallagan sohaga ega bo'lgan qattiq jismlar kiradi (1-rasm)[1-2].

Bunday energetik soha elektronlar bilan qisman to'lgan atom sathlaridan hosil bo'lishi mumkin, (ishqor metallarida). Qisman to'lgan soha, goh paytlarda, elektronlar to'la egallagan sohani qisman to'lgan soha to'sganda ham hosil bo'lishi mumkin. (Berilliy va ishqor metallarda) (1b-rasm). Ikkinchi guruhga elektronlar to'la egallagan sohadan yuqorida bo'sh sohalarga ega bo'lgan qattiq jismlar kiradi (1v - va 1g - rasmlar).

Qattiq jismlarning bunday namunaviy misollariga Mendeleyev davriy jadvalining IV guruh elementlari - uglerod, kremniy, germaniy va kulrang qalay kiradilar. Bu elementlarning kristall panjaralari olmos tuzilishiga o'xshashdir. Shu ikkinchi guruhga ko'pgina ximiyaviy birikmalar - metall oksidlari, nitridlar, karbidlar, galogenidlar, ishqor metallari va boshqalar kiradi. Qattiq jismlarning sohalari nazariyasiga asosan, tashqi energetik sohalarning elektronlari, metall yoki dielektrik bo'lishiga qaramay, amalda bir xil harakat erkinligiga ega bo'ladilar. Bir atomdan ikkinchi atomga elektronlar tunnel o'tish orqali harakatlana oladilar.



1 - rasm. Qattiq jismlar energetik sohalarini elektronlar egallash turlari.

II. Eksperimental qism

Shunga qaramay bu qattiq jismlarning elektr xususiyatlari bir-biridan juda kata farq qiladilar. Metallarning elektr o'tkazuvchanligi $\sigma = 10^7 \text{ Om}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ga, yaxshi dielektriklarning elektr o'tkazuvchanligi esa $\sigma < 10^{-11} \text{ Om}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ qiymatlarga yaqin bo'ladi. Kristall panjara bo'yicha ko'chishi mumkin bo'lgan elektronlarning borligi jismlarda elektr o'tkazuvchanlikning bo'lishiga etarli omil emas ekan [3-4].

Kristallga E - tashqi maydon qo'yilganda, har bir elektronga bu maydon $F = -qE$ kuch bilan ta'sir etadi. Natijada, elektronlarning tezlik bo'yicha taqsimoti simmetriyasi buziladi, tashqi kuchlarga qarshi elektronlar harakati sekinlanishiga va tashqi kuch ta'siri yo'nalishida harakatlanayotgan elektronlar tezlanishiga olib keladi. Yuqoridagi tezlanish va sekinlanish, albatta elektronning energiyasini o'zgarishi bilan bog'liqdir, bu esa elektronni yuqori va quyi energiyali yangi kvant holatlariga o'tishini belgilaydi. Bunday o'tishlar, elektronlar egallagan energetik sohada bo'sh holatlar bo'lgandagina sodir bo'ladi. Chunki bu vaziyatda kuchsiz elektr maydoni ham elektronga bo'sh kvant holatlarga o'tish uchun yetarlicha qo'shimcha impuls beraoladi. Natijada, qattiq jismdan tashqi maydon yo'nalishiga qarshi harakatlanayotgan elektronlarning imtiyoz oshadi va elektr tokini hosil bo'lishiga olib keladi. Bunday qattiq jismlar yaxshi o'tkazgichlar bo'lishi kerak. Endi kristallning elektronlar bilan to'la egallangan valent sohasidan, o'tkazuvchanlik

sohasi E_g keng energetik tirqish bilan ajralgan bo'lsin. Bunday kristallga qo'yilgan tashqi maydon elektronlarni yuqoridagi bo'sh o'tkazuvchanlik sohasiga o'tkaza olmaganligi uchun valent sohasidagi elektronlarning harakati tusini o'zgartira olmaydi. Bo'sh energetik sathlardan holi bo'lgan valent sohada elektronlar tezligi bo'yicha taqsimot simmetriyasini buzmasdan, faqat o'z o'rinlarini almashtirishlari mumkin. Shuning uchun, bunday jismlarda tashqi elektr maydon elektronlarning yo'naltirilgan harakatini hosil qila olmaydi. Bunday qattiq jism, tashqi maydon ta'sirida elektr toki hosil bo'lmagani uchun, u elektr o'tkazuvchanlikka ega bo'lmaydi. Xulosa qilib aytganda, elektr o'tkazuvchanlik bo'lishi uchun qattiq jismlar energetik spektrida elektronlar bilan qisman to'ldirilgan energetik sohalar bo'lishi zarur (1-rasm). Qattiq jismlar energetik spektrida bunday qisman to'lgan energetik sohalar bo'lmagligi ularda elektr o'tkazuvchanlik yo'q bo'lishiga sabab bo'ladi. Ikkinchi guruhdagi qattiq jismlarning taqiqlangan sohasi kengligiga qarab, ularni dielektrik va yarimo'tkazgichlarga bo'lish mumkin. Dielektriklarga, nisbatan keng taqiqlangansohaga ega bo'lgan qattiq jismlar kiradi. Odatdagi dielektriklar taqiqlangan sohasi kengligi $E_g > 3 \text{ eV}$ dan katta bo'ladi. Masalan, olmosda $E_g = 5,2 \text{ eV}$, bornitrida $E_g = 4,6 \text{ eV}$, alyumin oksidida Al_2O_3 - $E_g = 7 \text{ eV}$, ga tengdir.

III. Tadqiqot natijalari

Tor energetik sohalarga ega bo'lgan qattiq jismlar yarimo'tkazgichlarga kiradi, ularning kengligi taxminan ~ 1 eV atrofida bo'ladi [5-6].

Masalan:

Germaniyda (Ge): $E_g = 0,66$ eV;

Kremniyda (Si): $E_g = 1,08$ eV;

Antimonid indiyda (In Sb): $E_g = 0,17$ eV;

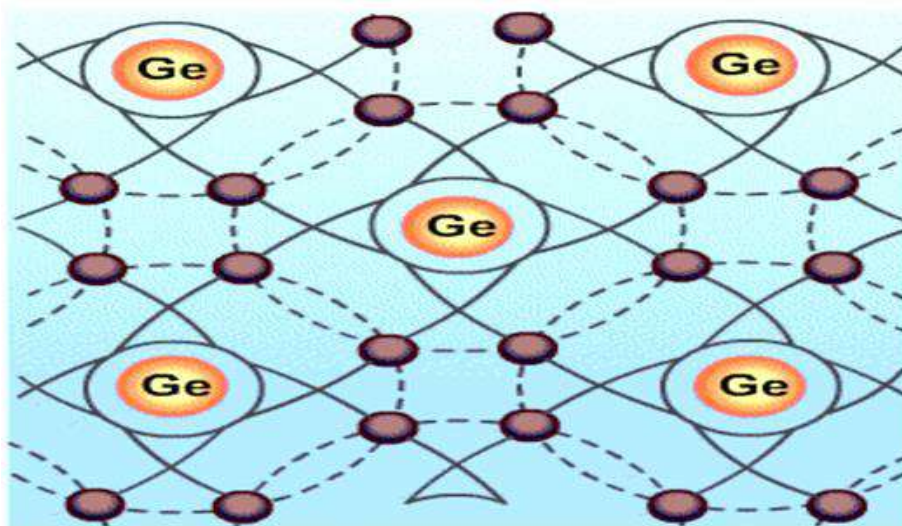
Arsenid galliyda (Ga As): $E_g = 1,42$ eV.

Yarimo'tkazgichlar - elektr tokini yaxshi o'tkazuvchi moddalar (o'tkazgichlar, asosan metallar) va elektr tokini amalda o'tkazmaydigan moddalar (izolyatorlar yoki dielektriklar) orasidagi oraliq vaziyatni egallagan moddalar sinfi. Yarimo'tkazgichlarning xossalari va xarakteristiklari ularning tarkibidagi kirishmalarning mikroskopik miqdoriga kuchli bog'langandir. Yarimo'tkazgich tarkibidagi kirishma miqdorini protsentning o'n millionli ulushlaridan to 0,1- 1% gacha o'zgartirib, uning elektr o'tkazuvchanligini millionlarcha marta oshirish mumkin.

Agar hech qanday kirishmalar mutlaqo bo'lmagan ideal yarimo'tkazgich kristallni olsak, uning elektr tokini o'tkazish xususiyati xususiy elektr o'tkazuvchanlik deb ataluvchi kattalik bilan aniqlanadi.

Yarimo'tkazgich kristallda atomlar tashqi elektron qobig'i elektronlari yordamida o'zaro bog'langanligini (2 va 3 - rasm) larda keltirilgan. Atomlarning issiqlik tebranishlari vaqtida issiqlik energiyasi bog'lanish hosil qiluvchi elektronlar orasida notekis taqsimlangan bo'ladi. Ayrim elektronlar o'z atomidan «uzilib ketish» va kristallda erkin ko'cha olish imkonini beradigan etarli miqdordagi issiqlik energiyasiga ega bo'lib olishi mumkin (boshqacha aytganda, ular o'tkazuvchanlik zonasiga o'tadi).

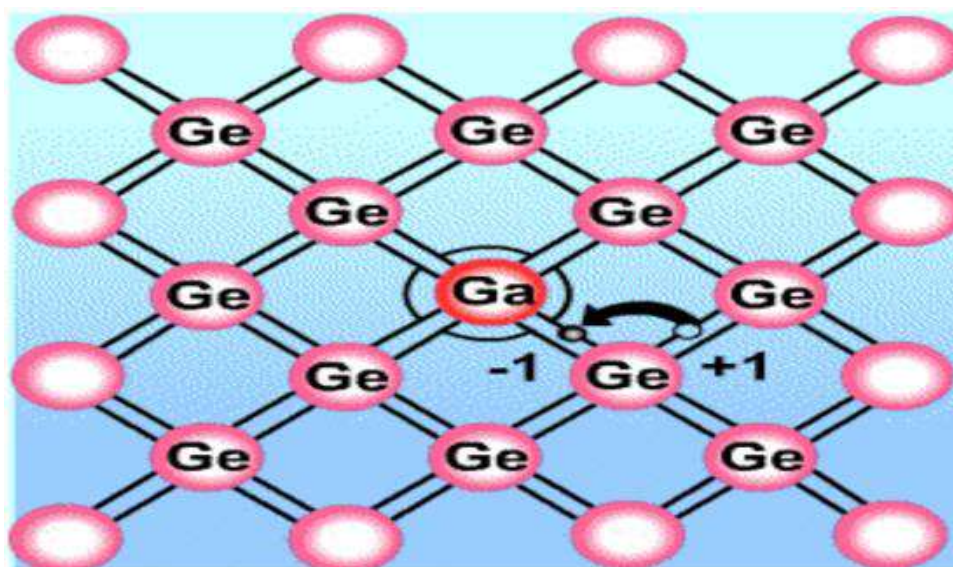
Elektronning bunday «uzilib ketishi» atomning elektr neytralligini buzadi, unda «ketib qolgan» elektron zaryadiga miqdoran teng musbat zaryad vujudga keladi. Elektronidan bo'shab qolgan bu holatni kovak deyiladi. Bo'sh holatni (vakant joyni) qo'shni bog'lanishdagi elektron egallashi mumkin bo'lgani sababli kovak ham kristall ichida ko'chib yura oladi va u musbat zaryadli tok tashuvchilik vazifasini o'taydi. Tabiiyki, bunday sharoitda elektronlar va kovaklar teng miqdorda vujudga keladi va bunday ideal kristallning elektr o'tkazuvchanligini ham musbat, ham manfiy zaryadlar bir xilda belgilaydi [5-6].



2 -Rasm. Yarimo'tkazgich kristallda donor atomlar tashqi elektron qobig'i elektronlari yordamida o'zaro bog'langanligi.

Germaniy yoki kremniy kristallining atomlari bir-biridan shunday masofada tartiblanib joylashadilarki, bu atomlarning tashqi elektron qobiqlari to'ladir. Qo'shni

atomlarning elektronlarida umumiy orbitalar hosil bo'ladi. Kovalent bog'lanishlar shunday hosil bo'ladi.



3 -Rasm. Yarimo‘tkazgich kristallda akseptor atomlar tashqi elektron qobig‘i elektronlari yordamida o‘zaro bog‘langanligi.

Germaniyga kirishma sifatida davriy sistemaning III gruppasi kimyoviy elementlarini kiritib, kristallda kovaklar konsentratsiyasini oshirish va elektronlar konsentratsiyasini kamaytirish mumkin.

Agar asosiy yarimo‘tkazgich atomi o‘rniga tashqi elektronlar qobig‘ida asosiy yarimo‘tkazgich atomiga nisbatan bitta elektron ortiq bo‘lgan kirishma atomi joylansa, u holda bunday elektron kristalldagi atomlararo bog‘lanish tashkil qilish uchun kerakmasdek, o‘z atomi bilan zaif bog‘langandek bo‘lib qoladi. Uni o‘z atomidan ajratib yuborish va erkin elektronga aylantirish uchun yakka atomdan ajratish uchun kerak bo‘ladiganidan o‘nlarcha marta kam energiya etarlidir. Bunday kirishmalarga donor kirishmalar, ya‘ni «ortiqcha» elektron beradigan kirishmalar deyiladi. Elektronidan ajralgan kirishma atomi, tushunarliki, musbat zaryadlanadi, ammo bu holda kovak paydo bo‘lmaydi, chunki faqat atomlararo to‘lmagan bog‘lanishdagi elektron vakansiyasi kovak bo‘la oladi, mazkur holda esa barcha bog‘lanishlar to‘ldirilgan. Bu musbat zaryad o‘z atomi bilan bog‘langanligicha (harakatsiz) qoladi va, binobarin, elektr o‘tkazish protsessida qatnasha olmaydi. Yarimo‘tkazgichga tashqi elektronlar qobig‘ida asosiy modda atomiga nisbatan kamroq elektron bo‘lgan kirishma kiritilsa, u to‘lmagan bog‘lanishlar, ya‘ni kovaklar paydo bo‘lishiga olib keladi. Yuqorida aytilganidek, bu vakansiyani qo‘shni bog‘lanishdagi elektron egallashi mumkin bo‘lib, bunda kovak kristall

bo‘yicha erkin ko‘chish imkonini oladi. Boshqacha aytganda, kovakning harakati elektronning bir qo‘shni bog‘lanishidan ikkinchisiga ketma ket o‘tishidir. Elektronni «qabul qiluvchi» bunday kirishmalarga akseptor kirishmalar deyiladi. U yoki bu tipdagi kirishmalar miqdori oshgan sari kristallning elektr o‘tkazuvchanligi borgan sari ravshan ifodalanadigan elektron yoki kovak o‘tkazuvchanlik bo‘lib qoladi. negativ va pozitiv degan lotin so‘zlarining birinchi harflari bilan muvofiq ravishda elektron elektr o‘tkazuvchanlikka n- tip, kovak elektr o‘tkazuvchanlikka p- tip elektr o‘tkazuvchanlik deyiladi. Shu yo‘sinda mazkur yarimo‘tkazgich uchun harakatchan zaryad tashuvchilarning qaysi tipi asosiy, qaysinisi asosiy emasligi ta’kidlanadi. Kirishmalar mavjudligidagi (ya‘ni kirishmali) elektr o‘tkazuvchanliklar kristallda avvalgidek ikki tipdagi tashuvchilar qolaveradi: yarimo‘tkazgichga asosan kirishmalar kiritish hisobiga paydo bo‘lgan asosiy tashuvchilar va issiqlik harakati taqozo qilgan asosiy bo‘lmagan tashuvchilar bo‘ladi. Muayyan yarimo‘tkazgich uchun ma’lum temperaturada 1 sm^3 dagi elektronlar soni (konsentratsiysi) n va kovaklar soni p ko‘paytmasi o‘zgarmas miqdor $n \cdot p = \text{const}$ bo‘lishini ta’kidlab o‘tish lozim [7-8].

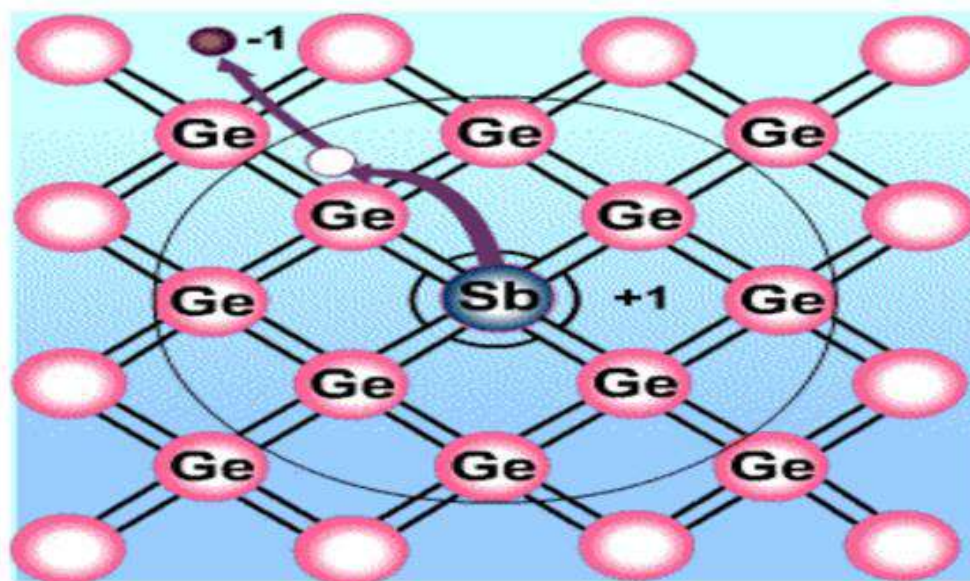
Bu kirishmalarni kiritish hisobiga mazkur tipdagi tashuvchilar konsentratsiyasini bir necha marta orttirib, boshqa tipdagi tashuvchilar konsentratsiyasini o‘shancha marta kamaytirish demakdir.

Yarimoʻtkazgichlarning yuqorida bayon qilinganlardan kelib chiqadigan muhim xossasi ularning temperaturaga va nurlanishga kuchli sezgirligidir. Temperatura koʻtarilgan sari kristallda atomlarning tebranishlari 4-rasmda oʻrtacha energiyasi ortadi va tobora koʻproq miqdorda bogʻlanishlar uziladi.

Tobora yangi va yangi elektronlar hamda kovaklar juftlari paydo boʻladi. etarlicha yuqori temperaturalarda xususiy issiqlik oʻtkazuvchanlik kirishma oʻtkazuvchanligi bilan tenglashadi, hatto undan oshib ketadi.

Kirishmalar kontsentratsiyasi qancha yuqori boʻlsa, bu effekt shuncha yuqoriroq temperaturada sodir boʻladi.

Agar yorugʻlik kvantlari energiyasi yarimoʻtkazgichdagi bogʻlanishlarni uzib yuborish uchun etarli boʻlsa, u holda yarim oʻtkazgichli yorugʻlik bilan nurlantirib ham bogʻlanishlarni uzib yuborish mumkin. Turli yarimoʻtkazgichlarda bogʻlanishlarni uzish energiyasi turlicha, shuning uchun ular nurlanish spektrining u yoki bu uchastkasini turlicha sezadi.



4 - rasm. Yarimoʻtkazgich atomlarida temperatura koʻtarilgani sari kristallda atomlarning tebranishlari.

Yarimoʻtkazgichlarning bu eng muhim xossalardan vazifasi va qoʻllanish sohasi turlicha boʻlgan yarimoʻtkazgich asboblari yaratishda foydalaniladi.

Birinchi boʻlib amaliy qoʻllana boshlangan yarimoʻtkazgich material selen boʻlgan edi. Hozirgi vaqtda germaniydek yarimoʻtkazgichni ortda qoldirib eng koʻp qoʻllanilayotgan yarimoʻtkazgich - bu kremniydir. Selen, germaniy va kremniy elementar yarimoʻtkazgichlar, yaʼni D.I.Mendeleev davriy sistemasi elementlari boʻlgan yarimoʻtkazgichlar turkumiga taalluqli. Germaniy va kremniy bilan bir qatorda davriy sistemaning III va V, II va IV, II va VI gruppalari elementlarining murakkab birikmalari tobora keng qoʻllanilayotir. Bu erda, masalan, galliy bilan margimush (galliy arsenidi), galliy bilan fosfor, kadmiy, simob

bilan tellur birikmalarini va boshqa birikmalarni esga olish lozim.

IV. Xulosa.

Yarimoʻtkazgichlarga zarur xossalar beradigan kirishmalar sifatida bor, fosfor, indiy, margimush, surma va boshqa koʻp elementlar ishlatiladi. Yarimoʻtkazgichga kiritiluvchi kirishmalarning odatdagi miqdori protsentning oʻnli va yuzli ulushlari orasida boʻladi. Muntazam kristall panjarali (monokristall) hamda kirishmaning zarur miqdori va taqsimoti qatʼiy nazorat qilinuvchi yarimoʻtkazgich kristallarni hosil qilish - maxsus tozalikka rioya qilingan sharoitda yuqori darajada aniq va murakkab asbob-uskunalar ishlatiladigan juda ham murakkab texnologik jarayon. Yuqorida bayon qilingan barcha jarayonlarni ham zonalar nazariyasi yordamida tushuntirish mumkin [1-2].

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1]. I.X.Siddiqov., H.A.Sattarov., O.I.Siddiqov., X.E.Xo'jamatov., D.T.Xasanov., SH.B.Olimova. TDAT nashriyoti. Darslik -T.: Zamonaviy energiya o'zgartirish tizimlari. 2018 y., 318 b.
- [2]. Саитов Э.Б. Возможность создания высокоэффективных солнечных фотоэлементов на основе кремнии. "Физика фанининг ривожиди истедодли ёшларнинг ўрни" "Илмий амалий конференция мақолалар тўплами" 2015 й. б. 381-385.
- [3]. Бахадирханов М.К., Абдурахмонов Б.А., Зикриллаев Н.Ф., Саитов Э.Б., Валиев С.А., Азизов М.К., Сапарниезова З. Академия наук Республики Узбекистан Институт физика солнца АН РУ. Фундаментальное и прикладной вопросы физики. Сборник тезисов докладов международной конференции: 5 - 6 ноября. Управление параметрами состояние кластеров атомов никеля в решетка кремнии. г. 2015 Ташкент. с.112-115.
- [4]. А.Т.Мамадалимов, М.Н.Турсунов. Ярим ўтказгичли қуёш элементлари физикаси ва технологияси. Ўқув қўлланма. Тошкент - 2002 й. 35-36 бет.
- [5]. Teshaboev A. Yarimutkazgichlar fizikasiga kirish (Kristallar. Elektron xolatlari spektri. Zaryad tashuvchilar statistikasi). T , 1985. Tosh DTU nashriyoti.
- [6]. Teshaboev A. Yarimutkazgichlar fizikasiga kirish (Yarimo'tkazgichlarda kinetik hodisalar). Toshkent, 1986.
- [7]. "Yarim o'tkazgichlar fizikasi" M. K. Baxodirxonov, N. F. Zikirillayev, X. M. Iliyev; - Toshkent 2016. 312 bet.
- [8]. Akramov H., Zaynabiddinov C., Teshaboyev A. Yarim o'tkazgichlarda fotoelektrik hodisalar. O'quv qo'llanma. -T: O'zbekiston.
- Muallif haqida ma'lumot:**
Zoxibova Zarnigorxon Mutalibjon qizi. Andijon davlat texnika instituti, Intelktual boshqaruv va robototexnika kafedrası, fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD).
e-mail: zarbek1990@gmail.com
tel.: +998-91-612-27-00

TiO₂ yarimo'tkazgichli metall oksidi asosidagi quyosh elementi elektrolitining elektrofizik xossalariga past dozali γ -nurlanishlari ta'siri

M.A.Naimjonov¹, A.A.Abdukarimov², O.O.Mamatkarimov², A.X.Yunusov³.

¹Namangan davlat universiteti, Fizika kafedrası, Boburshoh ko'chasi. 161, 160107 Namangan, O'zbekiston

²Namangan davlat texnika universiteti, Fizika kafedrası, Kosonsoy ko'chasi. 7, 160115 Namangan, O'zbekiston

³O'zbekiston Milliy universiteti, Fizika fakulteti, Universitet ko'chasi 4-uy, 100174 Toshkent, O'zbekiston

Annotatsiya. Ushbu eksperimental tadqiqotda bo'yoq bilan sezgirlashtirilgan DSSC (Dye Sensitized Solar Cells) quyosh elementi elektrolitining elektrofizik xarakteristikalariga past dozali γ -nurlanish ta'siri o'rganildi. Tadqiqot davomida past dozali γ -nurlanish DSSC elektrolitining zaryad tashish jarayonlari, ion transporti va ichki qarshilik holatiga ta'sir ko'rsatishi aniqlandi. Tadqiqotlarning ko'rsatishicha nurlanish dozasi 150 Gy bo'lganda elektrolitning elektr o'tkazuvchanligi eng yuqori qiymatga ega bo'lib, $\sigma = 7.152 \times 10^{-3}$ S/cm ni tashkil etdi. Shu dozada elektrolitdagi zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi 6.10×10^{20} cm⁻³ ga, harakatchanlik 7.32×10^{-5} cm² V⁻¹ s⁻¹ ga, diffuziya koeffitsiyenti esa 1.91×10^{-6} cm² s⁻¹ ga tengligi aniqlandi. Nurlanish dozasi 150 Gy dan ortganda o'tkazuvchanlikning qiymati yana pasayishi kuzatildi.

Kalit so'zlar: TiO₂, metall oksidi, quyosh elementi, elektrolit, I⁻/I₃⁻ redoks juftligi, FTO shisha, γ -nurlanish, past doza, impedans, dielektrik singdiruvchanlik, ion transporti.

Abstract. In this experimental study, the effect of low-dose γ -irradiation on the electrophysical characteristics of the electrolyte used in dye-sensitized solar cells (DSSCs) was investigated. The results showed that lowdose γ -irradiation affects charge transport processes, ion transport, and the internal resistance of the DSSC electrolyte. It was found that at an irradiation dose of 150 Gy, the electrolyte exhibited the highest electrical conductivity, reaching $\sigma = 7.152 \times 10^{-3}$ S/cm. At the same dose, the charge carrier concentration was 6.10×10^{20} cm⁻³, the mobility was 7.32×10^{-5} cm² V⁻¹ s⁻¹, and the diffusion coefficient was 1.91×10^{-6} cm² s⁻¹. When the irradiation dose exceeded 150 Gy, a decrease in the conductivity value was observed.

Keywords: TiO₂, metal oxide, solar cell, electrolyte, I⁻/I₃⁻ redox couple, FTO glass, γ -irradiation, low dose, impedance, dielectric permittivity, ion transport.

Аннотация. В данном экспериментальном исследовании изучено влияние низкодозного γ -излучения на электрофизические характеристики электролита, применяемого в сенсibilizированных красителем солнечных элементах DSSC. Установлено, что низкодозное γ -облучение оказывает влияние на процессы переноса заряда, ионный транспорт и состояние внутреннего сопротивления электролита DSSC. Результаты исследования показали, что при дозе облучения 150 Гр электролит имеет наибольшее значение электрической проводимости, составляющее $\sigma = 7.152 \times 10^{-3}$ СМ/СМ. При этой же дозе концентрация носителей заряда составила 6.10×10^{20} см⁻³, подвижность 7.32×10^{-5} см² В⁻¹с⁻¹, а коэффициент диффузии 1.91×10^{-6} см²с⁻¹. При увеличении дозы облучения выше 150 Гр наблюдалось снижение значения проводимости.

Ключевые слова: TiO₂, оксид металла, солнечный элемент, электролит, редокс-пара I⁻/I₃⁻, FTO -стекло, γ -излучение, низкая доза, импеданс, диэлектрическая проницаемость, ионный транспорт.

I. Kirish

Quyosh energiyasidan samarali foydalanish bugungi kunda qayta tiklanuvchi energiya manbalarini rivojlantirishning eng muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. An'anaviy kremniyli quyosh elementlari yuqori samaradorlikka ega bo'lsa-da, ularni ishlab chiqarish texnologiyasining murakkabligi, tannarxining nisbatan yuqoriligi va maxsus sharoitlarda ishlash barqarorligi bilan bog'liq masalalar alternativ fotovoltaiik tizimlarga bo'lgan qiziqishni oshirmoqda. Shu nuqtayi

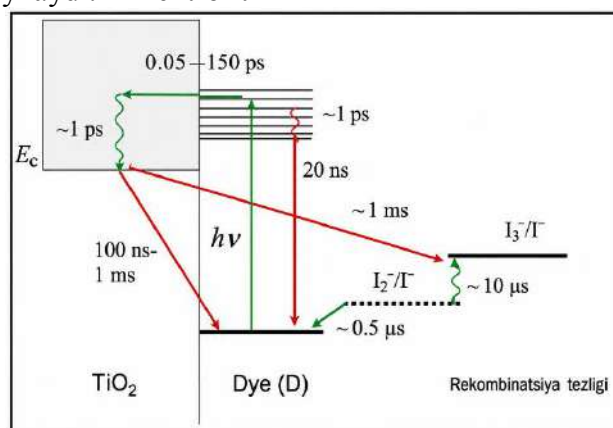
nazardan, yarimo'tkazgichli metall oksidlari asosidagi quyosh elementlari, xususan TiO₂ asosida tayyorlanadigan DSSC (Dye-Sensitized Solar Cell -bo'yoq bilan sezgirlashtirilgan quyosh elementi) arzonligi, kimyoviy barqarorligi, ekologik xavfsizligi va fotoelektrokimyoviy jarayonlarda faol ishtirok eta olishi bilan alohida ilmiy-amaliy ahamiyat kasb etadi [1,2].

TiO₂ keng taqiqlangan zona energiyasiga (3,2 eV) ega bo'lgan n -tip yarimo'tkazgichli metall oksidi bo'lib, u fotoanod materiali sifatida

3-avlod quyosh elementlarida keng qo'llaniladi. TiO_2 qatlaminin asosiy vazifasi yorug'lik ta'sirida hosil bo'lgan erkin elektronlarni qabul qilish va ularni tashqi zanjirga uzatishdan iborat. Biroq bunday turdagi quyosh elementlarining ishlash samaradorligi faqat TiO_2 qatlaminin xossalari bilan emas, balki asosiy ishchi qatlamlardan biri bo'lgan elektrolit qatlaminin elektrofizik va elektrokimyoviy xususiyatlari bilan ham bevosita bog'liq. Ayniqsa I^-/I_3^- redoks juftligiga ega elektrolit TiO_2 asosidagi quyosh elementlarida zaryad tashuvchilar almashinuvi, ion transporti, oksidlanish-qaytarilish jarayonlari va ichki elektr qarshilikni belgilovchi muhim komponentlardan biri hisoblanadi [3,4].

Elektrolitning elektr o'tkazuvchanligi, qarshiligi, dielektrik singdiruvchanligi, impedans xarakteristikallari (μ -zaryad tashuvchilar harakatchanligi, n -konsentratsiyasi hamda D -diffuziya koeffitsiyenti) quyosh elementining umumiy elektrofizik holatini aniqlashda muhim rol o'ynaydi. Elektrolit

ichidagi ionlarning harakatchanligi va zaryad tashish mexanizmi TiO_2 /elektrolit chegarasida yuz beradigan zaryad almashinuv jarayonlariga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Agar elektrolitning ichki qarshiligi ortsa yoki ion transporti sekinlashsa, bu holat zaryadlarning rekombinatsiya ehtimolini oshiradi va quyosh elementining fotoelektrik parametrlariga salbiy ta'sir ko'rsatishi mumkin. Shu sababli elektrolit komponentining tashqi fizik omillar ta'sirida qanday o'zgarishini o'rganish TiO_2 asosidagi quyosh elementlarining ishlash mexanizmini chuqurroq tushunish uchun zarur hisoblanadi. 1-rasmda yorug'lik ta'sirida uyg'ongan holga o'tgan elektronlarning turli rekombinatsiya jarayonlari keltirilgan. Rasmdan ko'rish mumkinki bo'yoq qatlamida hosil bo'lgan erkin elektronlar TiO_2 qatlamiga o'tish bilan bir qatorda bo'yoq va elektrolit qatlamlariga rekombinatsiyalanadi. Injeksiya vaqtining kichikligi DSSC samaradorligini oshishiga bevosita xizmat qiladi.



1-rasm. DSSC quyosh elementida elektron injeksiyasi va rekombinatsiya jarayonlarining vaqt shkalalari bo'yicha sxematik tasviri [5].

Bundan tashqari elektrolitning elektrofizik parametrlari ham quyosh elementining samaraorligini belgilovchi omillardan hisoblanadi.

Impedans spektroskopiyasi elektrolitdagi zaryad tashish va qutblanish jarayonlarini o'rganishda samarali usullardan biridir. Mazkur usul yordamida elektrolitdagi zaryad tashuvchilarning harakatchanligi, konsentratsiyasi va diffuziya koeffitsiyenti hamda TiO_2 elektrolit chegarasidagi zaryad

almashinuvi jarayonlari haqida ma'lumot olish mumkin. Ayniqsa nurlantirilmagan va turli dozalarda γ nurlantirilgan namunalar natijalarini solishtirish orqali radiatsion ta'sir natijasida elektrolitning ichki tuzilmasi va ion transport mexanizmidagi yuz beradigan o'zgarishlarni baholash imkoniyatini yaratadi.

Shu bois, ushbu maqolada DSSC tizimlarida qo'llaniladigan I^-/I_3^- redoks juftligiga ega gel-polimer elektrolitning elektrofizik xarakteristikalariga past dozali γ -

nurlanish ta'siri eksperimental ravishda tadqiq etildi. Namunalarga 0 Gy dan 200 Gy gacha bo'lgan γ -nurlanish ta'sir qildirildi va nurlantirishdan oldin hamda keyin ularning elektr o'tkazuvchanligi, qarshiligi, impedans xarakteristikalarini va dielektrik singdiruvchanligi Hioki IM3570 impedans analizatori yordamida o'rganildi. Ushbu o'lovlar γ -nurlanish ta'sirida gel-polimer elektrolit tarkibidagi ionlar harakatchanligi μ , diffuziya koeffitsiyenti D va zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi n kabi asosiy elektrofizik kattaliklarda yuzaga keladigan o'zgarishlarni baholash imkonini beradi. Olingan natijalar DSSC tipidagi quyosh elementlarida qo'llaniladigan gelpolimer elektrolit komponentining radiatsion barqarorligini baholash uchun ilmiy asos bo'lib xizmat qiladi.

II. Eksperimental metodlar

2.1 Foydalanilgan materiallar

Ushbu tadqiqotda DSSC tipidagi quyosh elementlarida qo'llaniladigan I^-/I_3^- redoks juftligiga ega gel-polimer elektrolit namunalarini tayyorlash uchun polimer asos, erituvchi, plastifikatorlar va iodid asosidagi redoks komponentlardan foydalanildi. Gel-polimer matritsa hosil qilish uchun polyethylene oxide, ya'ni PEO tanlab olindi. PEO gel-polimer elektrolitlarda ion o'tkazuvchi muhitni shakllantirish, komponentlarning bir jinsli taqsimlanishini ta'minlash va elektrolitning mexanik barqarorligini oshirishda muhim rol o'ynaydi.

Elektrolit tayyorlashda erituvchi sifatida DMF ya'ni dimethylformamid ishlatildi. PEO dastlab DMF muhitida eritilib, gel-polimer elektrolitning asosiy polimer eritmasi hosil qilindi. Elektrolit tarkibida ionlar harakatchanligini oshirish va polimer matritsaning elastikligini va tashqi ta'sirlarga

chidamliligini oshirish maqsadida ethylene carbonate (EC) hamda propylene carbonate (PC) plastifikatorlari qo'shildi. EC va PC polimer zanjirlarining segmental harakatini kuchaytirib, elektrolit ichida ionlarning harakatlanishini yengillashtiradi.



2-rasm. I^-/I_3^- redoks juftligiga ega gel-polimer elektrolit tayyorlashda foydalanilgan kimyoviy reaktivlar: PEO, DMF, EC, PC, TPAI va I_2 .

DSSC tizimlari uchun zarur bo'lgan redoks muhitni hosil qilish maqsadida elektrolit tarkibiga tetrapropylammonium iodide (TPAI) va yod kristali (I_2) qo'shildi. TPAI I^- ionlari manbai sifatida xizmat qiladi, I_2 esa I^-/I_3^- redoks juftligi hosil bo'lishida ishtirok etadi. Ushbu redoks juftlik DSSC tizimlarida zaryad tashish, ion almashinuvi va oksidlangan bo'yoq molekulalarini qayta tiklash jarayonlarida asosiy komponentlardan biri hisoblanadi.

Gel-polimer elektrolitni tayyorlashda moddalar 2-rasmda ko'rsatilgan va ularning miqdori 1-jadvalda keltirilgan. Foydalanilgan kimyoviy moddalarning barchasi Sigma-Aldrich firmasi mahsulotlari bo'lib, qo'shimcha tozalash jarayonlarisiz ishlatildi.

1-jadval.

Gel-polimer elektrolit tayyorlashda foydalanilgan materiallar

Material	Belgilanishi	Miqdori	Vazifasi
Polyethylene oxide	PEO	0.1 g	Polimer matritsa hosil qilish
N,N-dimethylformamide	DMF	1 ml	Erituvchi
Ethylene carbonate	EC	0.25 g	Plastifikator
Propylene carbonate	PC	0.25 ml	Plastifikator

Tetra-propylammonium iodide	TPAI	0.2 g	I ⁻ ionlari manbai
Yod	I ₂	0.02 g	I ⁻ /I ₃ ⁻ redoks juftligini hosil qilish

2.2. Gel-polimer elektrolitni tayyorlash texnologiyasi

Gel-polimer elektrolit namunalarini tayyorlash bir necha ketma-ket bosqichlarda amalga oshirildi. Dastlab tajribada foydalaniladigan barcha kimyoviy moddalar analitik tarozi yordamida kerakli miqdorda o'lchab olindi. Kerakli miqdorda olingan PEO polimeri DMF erituvchisida eritildi. PEO ning DMF muhitida bir jinsli erishini ta'minlash uchun eritma magnit aralashtirgich yordamida aralashtirildi 3-rasm. Ushbu jarayon 80°C haroratda olib borildi. Natijada PEO ning DMF dagi bir jinsli polimer eritmasi hosil qilindi.



3-rasm. Gel-polimer elektrolit tarkibiy komponentlarini magnit aralashtirgich yordamida bir jinsli holatga keltirish jarayoni.

Keyingi bosqichda eritmaga ethylen carbonat (EC) qo'shildi. EC polimer matritsada plastifikator vazifasini bajarib, ionlarning harakatchanligini oshirishga xizmat qiladi. Shundan so'ng aralashmaga propylene carbonate (PC) qo'shildi. PC ham gel-polimer elektrolit tarkibida plastifikator sifatida ishtirok etib, polimer zanjirlarining segmental harakatini kuchaytiradi va ion transporti uchun qulay muhit hosil qiladi. EC va PC qo'shilgandan so'ng aralashma 60°C haroratda 50 daqiqa davomida magnit aralashtirgich yordamida aralashtirildi.

So'ngra elektrolit tarkibiga tetrapropylammoniy iodid (TPAI) qo'shildi. TPAI gel-polimer elektrolitda I ionlar manbai sifatida xizmat qiladi. TPAI qo'shilgandan keyin aralashma 60°C haroratda 1 soat davomida magnit aralashtirgichda aralashtirildi. Bu bosqichda iodid ionlarining polimer-plastifikator muhitida bir tekis taqsimlanishiga erishildi.

Oxirgi bosqichda aralashmaga yod (I₂) qo'shildi. I₂ ning qo'shilishi elektrolit tarkibida I⁻/I₃⁻ redoks juftligini hosil qilish uchun zarur hisoblanadi. Yod qo'shilgandan so'ng aralashma xona haroratida 1 soat davomida aralashtirildi. Ushbu bosqichda gel-polimer elektrolit tarkibida redoks faol muhit shakllandi va aralashma yakuniy gel holatiga keltirildi. Barcha namunalar tayyorlangandan so'ng barqaror holatga kelishi uchun bir kun davomida saqlandi.

Tayyorlangan gel-polimer elektrolit namunalari EIS o'Ichovlari uchun tanga ko'rinishidagi metall elektrodlar orasiga joylashtirildi 4-rasm.



4-rasm. EIS o'Ichovlari uchun elektrolit namunalari.

2.3 γ-nurlantirish va EIS metodi

DSSC tipidagi quyosh elementlari turli radiatsion muhitlarda, xususan yuqori energiyali fotonlar ta'siri mavjud bo'lgan sharoitlarda ishlashi mumkin. Bundan tashqari quyosh nuri tarkibida ham γ-nurlanish mavjud bo'lib to'g'ridan-to'g'ri nur tushgan materiallarning ichki tuzilmasi, ion transporti va elektrofizik xossalari sezilarli ta'sir ko'rsatishi mumkin. γ-nurlanishining materiallarga ta'siri quyidagicha amalga oshadi:

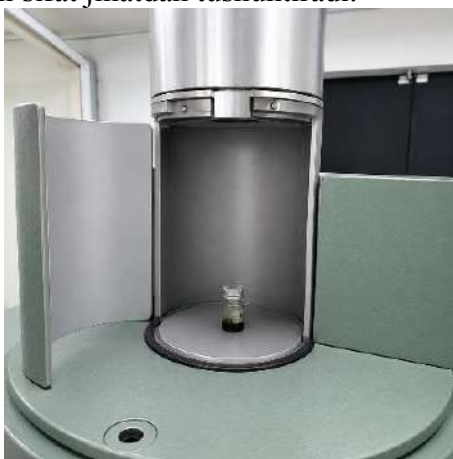
Gamma fotonlar modda bilan uchta asosiy yo'l orqali energiya almashadi [6]:

1. Fotoelektrik yutilish ($E_\gamma \lesssim 0.1\text{MeV}$)
2. Kompton sochilishi ($0.1\text{MeV} \lesssim E_\gamma \lesssim 10\text{MeV}$)

3. Juftlik hosil bo'lish ($E_\gamma \gtrsim 1.022\text{MeV}$)
Polimer yoki organik muhitda radikal konsentratsiyasining vaqt bo'yicha o'zgarishini oddiy model bilan ifodalash mumkin [7]:

$$\frac{dR}{dt} = G\dot{D} - k_t R^2 - k_{O_2} [O_2] R \quad (1)$$

bu yerda R - radikal konsentratsiyasi, $\dot{D}$ - doza quvvati, G - radikal hosil bo'lish "rentabelligi" (G -qiymatga analog), k_t - radikallarning rekombinatsiya tezligi konst., k_{O_2} - kislorod bilan reaksiyaning tezligi. Bu model materialning muhitga sezgirligini va doza quvvati ta'sirini sifat jihatdan tushuntiradi.



Shu sababli DSSC tizimlarida qo'llaniladigan gel-polimer elektrolitning γ -nurlanishga nisbatan barqarorligini baholash muhim hisoblanadi. Mazkur tadqiqotda ^{60}Co gamma manbaiga ega Gammacell 220 qurilmasi qo'llanildi (5-rasm).

Tadqiqot uchun jami beshta namuna tayyorlandi. Ulardan biri 0 Gy nazorat namunasi sifatida nurlantirilmadan saqlandi, qolgan to'rtta namunalarga esa mos ravishda 50 Gy, 100 Gy, 150 Gy va 200 Gy dozalarida γ -nurlanishlari ta'sir ettirildi. γ -nurlantirish jarayoni Malaya Universiteti huzuridagi „Centre for Ionics“ laboratoriyasida malga oshirildi.



5-rasm. Gel-polimer elektrolit namunalarini Gammacell 220 Nordion International Inc. qurilmasida past dozali Co γ -nurlanish ta'sir qildirish.

Nurlantirishdan keyin barcha namunalar EIS metodi yordamida tekshirildi. Olingan impedans natijalari asosida elektrolitning umumiy impedansi quyidagi ifoda yordamida xisoblanadi:

$$|Z| = \sqrt{(Z')^2 + (Z'')^2} \quad (2)$$

bu yerda Z' va Z'' mos ravishda impedansning haqiqiy va mavhum qismlaridir. EIS natijalari asosida zaryad tashuvchilarning diffuziya koeffitsiyenti D , harakatchanligi μ hamda konsentratsiyasi n quyidagi ifodalar orqali ifodalanadi [8 ozimizniki]:

$$D = \frac{(k\varepsilon_r\varepsilon_0 S)^2}{\tau} \quad (3)$$

bu yerda k - fittingdan aniqlanadigan koeffitsiyent bo'lib $k = \frac{1}{C}$ ga teng, ε_r - dielektrik

singdiruvchanlik, ε_0 - vakuum dielektrik doimiysi, S - elektrod yuzasi.

Zaryad tashuvchilar harakatchanligi Nernst-Einstein munosabati orqali aniqlandi:

$$\mu = \frac{eD}{k_B T} \quad (4)$$

yoki

$$\mu = \frac{e(k\varepsilon_r\varepsilon_0 S)^2}{k_B T \tau} \quad (5)$$

bu yerda e - elementar zaryad, k_B - Boltsman doimiysi, T - absolyut temperatura.

Elektrolitning ion o'tkazuvchanligi quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma = n\mu e \quad (6)$$

(5) va (6) formulalardan foydalangan holda ion o'tkazuvchanlik uchun quyidagi ifodani ham keltirib chiqarish mumkin:

$$\sigma = \frac{ne(k\varepsilon_r\varepsilon_0S)^2}{k_BTt} \quad (7)$$

Yuqoridagilardan zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi quyidagicha aniqlandi:

$$n = \frac{\sigma k_BTt}{e^2(k\varepsilon_r\varepsilon_0S)^2} \quad (8)$$

Dielektrik singdiruvchanlik ε_r esa EIS natijalaridan quyidagi ifoda orqali hisoblandi:

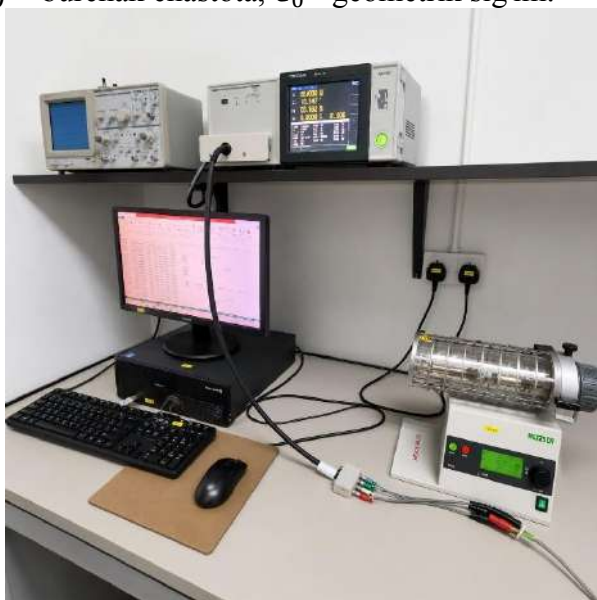
$$\varepsilon_r = \frac{A_i}{\omega C_0} \quad (9)$$

bu yerda A_i - admittansning mavhum qismi, $\omega = 2\pi f$ - burchak chastota, C_0 - geometrik sig'im.

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{l} \quad (10)$$

bu yerda l - elektrodlar orasidagi masofa.

EIS o'lchovlari IMPEDANCE ANALYZER IM3570 Hioki qurilmasida bajarildi 6-rasm. Nurlantirilgan namunalar natijalari 0 Gy nazorat namunasi bilan taqqoslandi. Shu orqali past dozali γ -nurlanishning DSSC tizimlarida qo'llaniladigan gel-polimer elektrolitning elektrofizik parametrlariga ta'siri tahlil etildi.



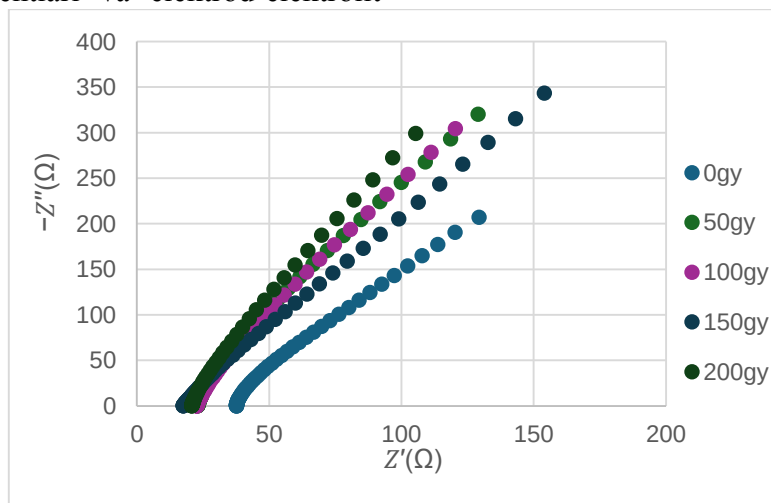
6-rasm. Gel-polimer elektrolit parametrlarini EIS metodi yordamida o'lchanish jarayoni.

III. NATIJALAR VA MUHOKAMAR

3.1 Impedans spektri tahlili

Olingan Nyquist spektrlari gel-polimer elektrolitda γ -nurlanish dozasi ortishi bilan impedans komponentlari va elektrod-elektrolit

chegasidagi qutblanish jarayonlari o'zgarishini ko'rsatdi. Grafikda impedansning haqiqiy qismi Z' va mavhum qismining manfiy qiymati $-Z''$ o'rtasidagi bog'lanish tasvirlangan..



7-rasm. Turli γ -nurlanish dozalarida gel-polimer elektrolit namunalarining Nyquist impedans spektrlari.

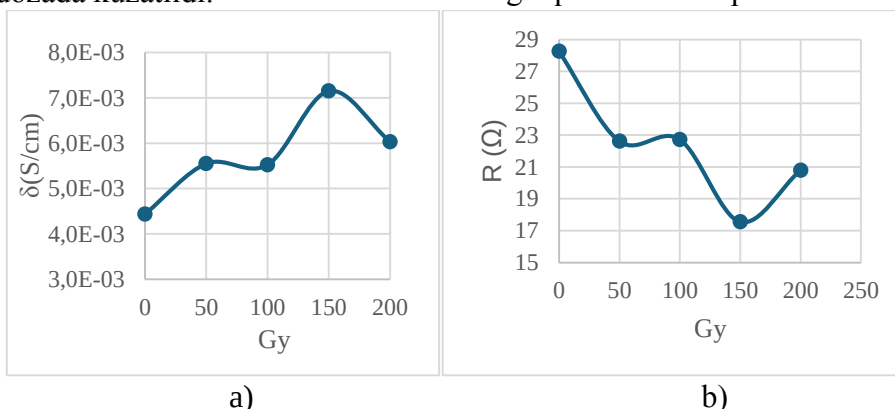
7-rasmdan ko'rinadiki, 0 Gy nazorat namunasida $-Z''$ qiymatlari nisbatan kichik bo'lib, bu elektrod-elektrolit chegarasidagi qutblanish jarayonlari boshlang'ich holatda sustroq ekanini bildiradi. γ -nurlanishdan keyin esa barcha namunalarda $-Z''$ qiymatlari ortib, qutblanish komponenti kuchaygani kuzatildi.

Eng yuqori $-Z''$ qiymati 150 Gy namunada qayd etildi. Bu ushbu dozada elektrod-elektrolit chegarasida zaryad to'planishi va qutblanish jarayonlari eng kuchli namoyon bo'lganini ko'rsatadi. Shu bilan birga, 150 Gy spektrining Z' o'qi bo'yicha eng qulay siljishi elektrolit ichida ion transporti uchun nisbatan yaxshi elektrofizik holat shakllanganini bildiradi. Shu sababli Nyquist spektri bo'yicha eng yaxshi natija 150 Gy dozada kuzatildi.

50 Gy va 100 Gy namunalarida ham 0 Gy ga nisbatan sezilarli o'zgarish kuzatiladi, biroq ularning ta'siri 150 Gy dagidek kuchli emas. 200 Gy namunada esa qutblanish komponenti 0 Gy ga nisbatan yuqori bo'lib qolgan bo'lsa-da, 150 Gy dagi optimal holat biroz susaygani ko'rinadi. Demak, impedans spektri tahliliga ko'ra, eng yaxshi doza 150 Gy, eng sust elektrofizik holat esa 0 Gy nazorat namunasida kuzatildi. 200 Gy da radiatsion ta'sirning ijobiy effekti qisman saqlangan, ammo yuqori doza sababli optimal holat pasaya boshlagan.

3.2. Elektr o'tkazuvchanlik va hajmiy qarshilik tahlili

Gel-polimer elektrolitning elektr o'tkazuvchanligi σ va hajmiy qarshiligi R_b γ -nurlanish dozalariga bog'liq holda tahlil qilindi.



8-rasm. γ -nurlanish dozasi ortishi bilan gel-polimer elektrolitning elektr o'tkazuvchanligi va hajmiy qarshiligi R_b ning o'zgarishi: a) elektr o'tkazuvchanlik, b) hajmiy qarshilik.

Natijalarga ko'ra, 0 Gy nazorat namunasida hajmiy qarshilik eng katta qiymatga ega bo'lib, $R_b = 28.6748 \Omega$ ni tashkil etdi. Shu holatda elektr o'tkazuvchanlik eng kichik qiymatda, ya'ni $\sigma = 4.442 \times 10^{-3} \text{ S/cm}$ bo'ldi. γ -nurlanishdan keyin R_b kamayib, σ ortdi. Eng yaxshi natija 150 Gy dozada kuzatildi: bunda $R_b = 17.55343 \Omega$ gacha kamaydi, elektr o'tkazuvchanlik esa maksimal qiymatga, $\sigma = 7.152 \times 10^{-3} \text{ S/cm}$ ga yetdi. Bu 150 Gy dozada ion transporti uchun eng qulay elektrofizik holat shakllanganini ko'rsatadi. 200 Gy dozada $R_b = 20.8675 \Omega$ gacha ortib, $\sigma = 6.034 \times 10^{-3} \text{ S/cm}$ gacha kamaydi. Bu qiymat 0 Gy ga nisbatan yaxshi bo'lsa-da, 150 Gy dagi optimal holat biroz

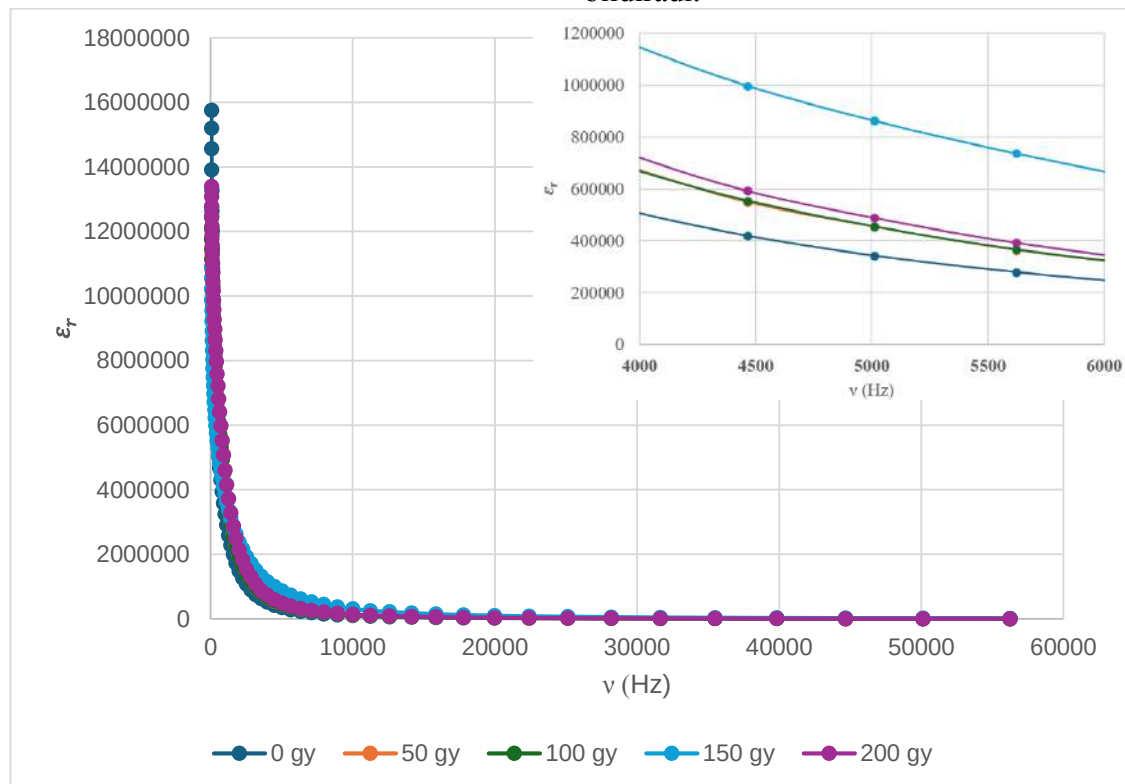
susayganini bildiradi. Demak, elektr o'tkazuvchanlik bo'yicha eng samarali doza 150 Gy, eng sust holat esa 0 Gy nazorat namunasida kuzatildi.

3.3 Dielektrik singdiruvchanlik

Ma'lumki elektrolitning dielektrik singdiruvchanligi undagi zaryad tashuvchilar hosil bo'lishi va harakatini belgilovchi asosiy omillardan biri hisoblanadi. Shuning uchun ushbu ishda elektrolit namunalarining dielektrik singdiruvchanligi ϵ_r γ -nurlanish dozasi va chastotaga bog'liq holda tahlil qilindi. 9-rasmdan ko'rinadiki, barcha namunalar uchun ϵ_r qiymati chastota ortishi bilan keskin kamayadi. Past chastotalarda ionlar va dipollar tashqi elektr

maydon ta'sirida yetarli darajada qutblanish hosil qiladi, shuningdek elektrod-elektrolit chegarasida zaryad to'planish jarayonlari kuchli namoyon bo'ladi. Chastota ortishi bilan ion va dipol qutblanishining ulushi kamayadi, shu sababli ϵ_r

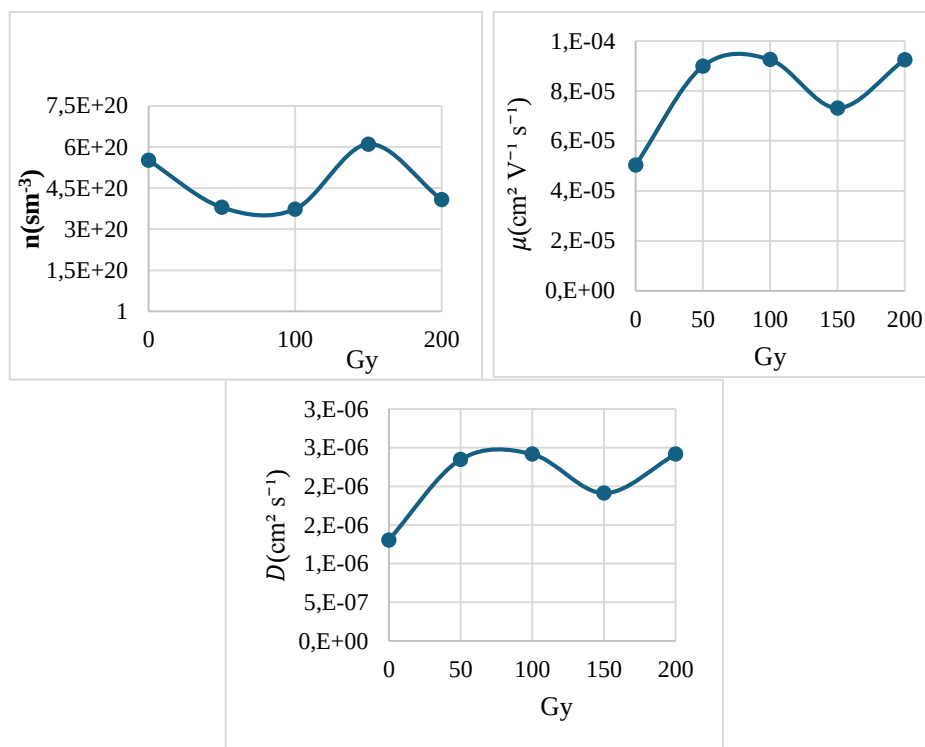
qiymati yuqori chastota sohasida pasayadi. Nurlanish dozasi 150 Gy bo'lgan holatda dielektrik singdiruvchanligining qiymati maksimalga erishdi bu esa ushbi doza dielektrik singdiruvchanligi uchun optimal doza ekanligini bildiradi.



9-rasm. Turli γ -nurlanish dozalarida elektrolit dielektrik singdiruvchanligining chastotaga bog'liq o'zgarishi.

3.4. Zaryad tashish parametrlarining γ -nurlanish dozasi bog'liq o'zgarishi

Gel-polimer elektrolitning zaryad tashish xossalari baholash uchun zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi n , harakatchanlik μ va diffuziya koeffitsiyenti D qiymatlari tahlil qilindi.



10-rasm. Gel-polimer elektrolitda γ -nurlanish dozasi ga bog'liq zaryad tashish parametrlari: a) zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi n , b) harakatchanlik μ , c) diffuziya koeffitsiyenti D .

Natijalarga ko'ra, n qiymati 0 Gy da $5.51 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ bo'lib, 50 va 100 Gy da kamaydi. Eng kichik konsentratsiya 100 Gy da ($3.73 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$), eng yuqori qiymat esa 150 Gy da ($6.10 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$) kuzatildi. Bu 150 Gy dozada erkin zaryad tashuvchilar soni ortganini ko'rsatadi. Harakatchanlik μ bo'yicha eng kichik qiymat 0 Gy namunada ($5.03 \times 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) qayd etildi. γ nurlanishdan keyin μ ortib, 100 Gy va 200 Gy da maksimal qiymatga ($9.25 \times 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) yetdi. Diffuziya koeffitsiyenti D ham shunga yaqin o'zgarib, eng kichik qiymat 0 Gy da ($1.30 \times 10^{-6} \text{ cm}^2 \text{s}^{-1}$), eng yuqori qiymat esa 100 Gy va 200 Gy da ($2.42 \times 10^{-6} \text{ cm}^2 \text{s}^{-1}$) kuzatildi. Umumiy tahlil shuni ko'rsatadiki, μ va D bo'yicha 100-200 Gy oralig'i yuqori qiymatlarni beradi, ammo zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi n va oldingi bo'limdagi elektr o'tkazuvchanlik natijalari bo'yicha eng qulay holat 150 Gy dozada kuzatiladi. Demak, zaryad tashish parametrlarining kompleks bahosiga ko'ra, 150 Gy doza gel-polimer elektrolit uchun eng samarali radiatsion ishlov sharoiti sifatida

qaralishi mumkin. 0 Gy esa eng sust holat bo'lib, unda μ , D va elektr o'tkazuvchanlik eng past qiymatlarga yaqin bo'ladi.

IV. XULOSA

Ushbu tadqiqotda DSSC quyosh elementlari elektrolitining elektrofizik xarakteristikalariga γ -nurlanishi ta'sirini o'rganish uchun ^{60}Co gamma manbaiga ega Gammacell 220 qurilmasi yordamida 0-200 Gy oralig'idagi past dozali γ -nurlanishi ta'sir ettirildi. Tadqiqotlarning ko'rsatishicha nurlanish dozasi 150 Gy bo'lganda elektrolitning elektr o'tkazuvchanligi eng yuqori qiymatga ega bo'lib, $\sigma = 7.152 \times 10^{-3} \text{ S/cm}$ ni tashkil etdi. Shu dozada elektrolitdagi zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi $6.10 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ga, harakatchanlik $7.32 \times 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ ga, diffuziya koeffitsiyenti esa $1.91 \times 10^{-6} \text{ cm}^2 \text{s}^{-1}$ ga tengligi aniqlandi. Nurlanish dozasi 150 Gy dan ortganda o'tkazuvchanlikning qiymati yana pasayishi kuzatildi. Xulosa o'rinda aytish mumkinki, Gamma nurlanishlari elektrolit tarkibidagi polimer material va organik

moddalarga ta'sir ko'rsatadi. Bu esa ulardagi elektronlarning harkatini cheklaydi.

Adabiyotlar

- [1] O'Regan B., Grätzel M. A low-cost, high-efficiency solar cell based on dye-sensitized colloidal TiO_2 films. *Nature*. 1991;353:737-740. DOI: 10.1038/353737a0.
- [2] Hagfeldt A., Boschloo G., Sun L., Kloo L., Pettersson H. Dye-Sensitized Solar Cells. *Chemical Reviews*. 2010;110(11):6595-6663. DOI: 10.1021/cr900356p.
- [3] Grätzel M. Photoelectrochemical cells. *Nature*. 2001;414:338-344. DOI: 10.1038/35104607.
- [4] Boschloo G., Hagfeldt A. Characteristics of the Iodide/Triiodide Redox Mediator in Dye-Sensitized Solar Cells. *Accounts of Chemical Research*. 2009;42(11):1819-1826. DOI: 10.1021/ar900138m.
- [5] Boschloo G., Hagfeldt A. Characteristics of the Iodide/Triiodide Redox Mediator in Dye-Sensitized Solar Cells. *Accounts of Chemical Research*, 2009, Vol. 42, No. 11, pp. 1819–1826. DOI: 10.1021/ar900138m.
- [6] Berger M. J., Hubbell J. H., Seltzer S. M., Chang J., Coursey J. S., Sukumar R., Zucker D. S., Olsen K. XCOM Photon Cross Sections Database. NIST Standard Reference Database 8 (XGAM), National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2010. DOI: 10.18434/T48G6X
- [7] Spadaro G., Alessi S., Dispenza C. Ionizing radiation-induced crosslinking and degradation of polymers // *Applications of Ionizing Radiation in Materials Processing*. Warsaw: Institute of Nuclear Chemistry and Technology, 2017. P. 167–182.
- [8] Arof A. K., Amirudin S., Yusof S. Z., Noor I. M. A method based on impedance spectroscopy to determine transport properties of polymer electrolytes. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 2014, Vol. 16, pp. 1856–1867. DOI: 10.1039/C3CP53830C.

Математическая модель термической обработки зубчатой рейки швейной машины с помощью лазерного луча

Алиев Шавкат Бахтияр угли

“University of Business and Science”, Республика Узбекистан, г. Наманган

Аннотация: В статье приводятся сведения по теоретическим основам, технологическим процессам и оборудованию для лазерной термической обработки малоуглеродистой стали, которая из всех технологий лазерной обработки получила наиболее широкое промышленное применение. Рассмотрены физические явления закалки, модели для расчета основных технологических параметров процесса. Даны рекомендации по выбору режимов обработки стальных материалов с использованием непрерывного и импульсно-периодического излучения промышленных лазеров.

Ключевые слова: лазерная термообработка, сталь, технология, непрерывно, промышленное применение, плазменной, электронно-лучевой излучения, луч, световой поток, закалки материала, эффективность.

Abstract: The article provides information on the theoretical foundations, technological processes and equipment for laser heat treatment of low-carbon steel, which has received the widest industrial application of all laser processing technologies. Physical phenomena of hardening, models for calculating the main technological parameters of the process are considered. Recommendations are given for choosing modes of processing steel materials using continuous and pulse-periodic radiation of industrial lasers.

Key words: laser heat treatment, steel, technology, continuous, industrial application, plasma, electron beam radiation, beam, luminous flux, material hardening, efficiency.

1. Введение

Характер физических явлений на лицевой поверхности сечения определяется плотностью мощности светового потока. По мере увеличения удельной мощности увеличивается температура передней поверхности сечения и средняя скорость его движения. По сравнению с традиционными источниками тепла, используемыми в кислородных, плазменных и электронных процессах обработки, сфокусированные лазерные лучи обеспечивают в полтора раза более высокую плотность энергии, доставляемую в аномально малую зону воздействия.

За секунду такой световой поток не только расплавляет трудноплавкие материалы, но и частично испаряет их поверхность. В процессе резки световой поток, падающий на материал, частично поглощается поверхностью материала, расплавленной пленкой и боковыми поверхностями реза, а частично отражается. При высокой плотности энергии часть излучения поглощается продуктами распада материала, в результате чего снижается эффективность резки.

Основными физическими процессами лазерных технологий являются следующие [1]:

Испарение (и абляция в расплавленной фазе) — наиболее популярный процесс,

лежащий в основе большинства промышленных технологий любых материалов в микроэлектронике, микромеханике и микрооптике; проблемы точности и качества остаются актуальными и в настоящее время;

Нагрев до температуры размягчения (или плавления) и деформация в вязко-жидкой фазе (наполненной механическими воздействиями - растяжение, вращение и т.п.), применяемые для изготовления ближнепольных оптических зондов, медицинских оптических приборов и т.д.;

Направленный локальный нагрев, создающий контролируемое поле напряжений, приводит к контролируемой деформации листовых материалов не только для целей формования, но и для точной сборки и центровки микромеханических компонентов (laser forming);

Локальный нагрев, приводящий к появлению избыточного давления газа (пара) между двумя участками среды (например, пленка-подложка) с целью создания направленных микродеформаций и смещений;

Послойный синтез трехмерных объектов послойным методом, включая стереолитографию, селективный лазерный нагрев и изготовление ламинированных объектов;

Лазерные процессы в сочетании с другим излучением или плазмой для индукции поглощения;

Манипулирование микрочастицами (молекулярная сборка) основано на захвате частиц в центре лазерного излучения световым давлением и последующем построении микроструктур.

II. Основная часть

Лазерные технологии могут быть основаны не только на высокой плотности мощности, но и на высокой плотности фотонов, что важно для нелинейных процессов (нелинейное поглощение в слабопоглощающей среде), селективных технологий (химических, биомедицинских технологий). В зоне фокусировки луча могут использоваться сильные и чрезвычайно сильные электромагнитные поля. В последнее время появились технологии, использующие световое давление (манипуляции с микрочастицами, атомно-молекулярная сборка - лазерный захват, световое давление $P_{\text{нл}} = \varepsilon(1 + R)$ определяется выражением, где ε – объемная плотность энергии излучения, R – коэффициент поверхностного отражения) [2].

В то же время большинство лазерных технологий основано на тепловом воздействии излучения. Давайте посмотрим на это подробно.

Когда луч лазерного излучения падает на поверхность материала, часть излучения отражается от него, а часть проникает вглубь материала и поглощается им.

Распространение излучения в веществе обычно описывается законом Бугера[3]:

$$q(x) = q_0(1 - R) \exp(-\alpha x),$$

где $q(x)$ – плотность мощности излучения, расположенного на расстоянии x от поверхности вещества; q_0 – плотность мощности падающего излучения; R – коэффициент отражения поверхности; α – показатель ослабления света в веществе. Материя нагревается, когда поглощает излучение. Режимы нагрева материала, соответствующие сильному (внешнему) и слабому (объемному) поглощению излучения.

Для многих технологических процессов

используется лазерное излучение с длинами волн, расположенными в спектральной области сильного поглощения вещества, поскольку оно обеспечивает локальный эффект и высокую эффективность использования существующей энергии. Сильное поглощение света происходит в полупроводниках и металлах при их «металлизации» достаточно сильным излучением, а также в полупроводниках и диэлектриках, когда длина волны излучения находится в их основной области поглощения. При этом глубина поглощения излучения обычно значительно меньше значения теплопроводности. ($1/\alpha \ll \sqrt{\alpha \tau}$, где τ – время воздействия излучения, α – теплопроводность материала). В таких условиях источник тепла в материале практически поверхностный. При математическом решении уравнения теплопередачи (1.2) учитывается это поверхностное граничное условие (1.3). Толщина нагретого слоя в материале определяется характеристическим значением теплопроводности $\sqrt{\alpha \tau}$. Режимы излучения, обеспечивающие объемное поглощение излучения $1/\alpha > \sqrt{\alpha \tau}$, используются при необходимости создания объемного источника тепла в обрабатываемом материале или при коррекции излучения внутри объема (и локальной обработки) [4].

Существуют различные математические методы решения уравнений теплопередачи, среди которых наиболее часто используются методы интегрального преобразования (в том числе преобразование Лапласа), метод Фурье (разделения переменных) и метод источника. Следует отметить, что при нагревании материала изменяются его оптические и теплофизические свойства, особенно коэффициент восстановления R . Кроме того, на процесс нагрева большое влияние оказывает временная и пространственная структура излучения. Эти факторы иногда необходимо учитывать, чтобы точно определить временное и пространственное распределение температуры нагреваемого излучением объекта.

При нагревании тела лазерным излучением в нем активируются различные

процессы. К ним относятся эмиссионные процессы (эмиссия электронов, ионов, нейтральных молекул), поверхностные и объемные химические реакции, структурные изменения, тепловое расширение и термомеханические процессы, плавление, испарение и др. В основе этих изменений может лежать определенный технологический процесс — например, испарение и плавление при резке и сверлении отверстий, плавление при сварке, структурные изменения при термической отделке материалов.

На практике при определении основных параметров процесса в большинстве случаев не требуется точно решать тепловую задачу, наоборот, достаточно оценить предельную плотность мощности излучения q_n (или предельную мощность (P_n) , предельная

энергия (W_n)). Пороговая плотность мощности излучения — это величина, при которой в облучаемом материале происходят определенные изменения. Теоретически величина q_n определяется как значение плотности мощности падающего излучения (q_0), при котором максимальная температура обрабатываемого материала достигает значения T_* , соответствующего началу этого процесса (например, это его кипение точка испарения материала). По окончании воздействия исходные характеристики можно определить из выражения, определяющего температуру на поверхности объекта в центре облучаемого поля в виде круга радиусом r_0 . Эти выражения для излучения в режиме сильного поглощения таковы:

$$T = \frac{2q_0(1-R)\sqrt{a\tau}}{k} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} - ierfc \frac{r_0}{2\sqrt{a\tau}} \right) + T_N, \quad (2.1)$$

$$T = \frac{2q_0(1-R)r_0}{k} + T_N, \quad (2.2)$$

Для излучения в режиме объемного поглощения

$$T = \frac{2q_0(1-R)\tau}{\rho c \delta} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r_0^2}{4a\tau}\right) - \frac{r_0^2}{4a\tau} Ei\left(-\frac{r_0^2}{4a\tau}\right) \right\} + T_N, \quad (2.3)$$

здесь δ — глубина поглощения света веществом ($\delta = 1/\alpha$ — интегральная функция отображения в поглощении Бугера; T_N — начальная температура.

(2.3) выражение имеет два особых случая [5]:

a) $r_0 \gg \sqrt{a\tau}$

$$T = \frac{2q_0(1-R)\tau}{\rho c \delta} + T_N$$

b) $r_0 \ll \sqrt{a\tau}$

$$T = \frac{2q_0(1-R)r_0^2}{4k\delta} \ln\left(19,4 \frac{a\tau}{r_0^2}\right) + T_N \quad (2.4)$$

здесь k — теплопроводность материала.

В ряде технологических процессов лазерной обработки используется сканирование обрабатываемой поверхности лазерными лучами. При этом результаты термообработки зависят от скорости сканирования (V_{sk}).

Максимальная температура на обрабатываемой поверхности, сильно поглощающая материал в быстро движущемся источнике ($\frac{V_{sk}r_0}{a} \gg 1$):

$$T \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{q_0(1-R)}{k} \sqrt{\frac{2ar_0}{V_{sk}}} + T_N \quad (2.5)$$

В медленно движущемся источнике:

$$\left(\frac{V_{sk}r_0}{a} \ll 1 \right) \\ T \approx \frac{q_0(1-R)r_0}{k} \left(1 - \frac{V_{sk}r_0}{4a} \right) + T_N \quad (2.6)$$

Другим важным параметром лазерной обработки является скорость активизируемого процесса в облучаемом материале. Для многих термоактивационных процессов, испарения,

различных термохимических реакций скорость процесса V экспоненциально зависит от температуры T , что в наиболее общем виде описывается уравнением Френкеля [6]:

$$V(T) = c_0 \exp\left(-\frac{L^m \mu}{R_G T}\right) \quad (2.7)$$

здесь L^m — энергия активации процесса на единицу массы (теплота парообразования и др.); c_0 — скорость звука в твердом теле; R_G — универсальная газовая постоянная; μ — молярная (атомная) масса перерабатываемого материала.

В частности, фронт испарения — граница между паром и конденсированной (расплавленной) средой — проникает глубже в материал с определенной скоростью $V(T)$, которая является функцией температуры поверхности T .

При испарении вещества возникает механический импульс отдачи за счет реактивного воздействия вырывающихся паров. Давление возврата можно оценить как половину давления насыщенного пара P_T , давление возврата R_{qay} и давление пара над поверхностью материала R_{bomb} представляют собой равные величины бомбардировки:

$$P_T = R_{qay} + R_{bomb}, \quad (2.8)$$

При лазерном испарении мы предполагаем, что $R_{bomb} = 0$, и получаем уравнение $P = 0,5 \cdot R_{qay}$.

Давление насыщенного пара при температуре T , равной температуре поверхности испарения, определяется из уравнения Клаузиуса-Клапейрона:

$$P_T = P_0 \frac{T}{T_0} \exp\left[\frac{L_b^m \mu}{R_G T_0} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\right] \quad (2.9)$$

здесь L_b^m — скрытая теплота испарения единицы массы материала; Давление насыщенного пара при температуре $P_0 - T_0$ (например, $P_0 = 10^5$ Па при температуре кипения $T = T_0$ при нормальном давлении) [7].

Определение температуры материала, облучаемого лазерным излучением, и расчет на ее основе скорости испарения позволяют получить интегральные характеристики процесса обработки и определить необходимые параметры режима обработки.

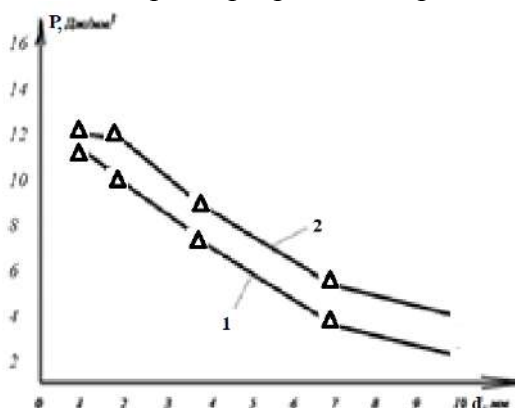


Рисунок 1. Зависимость необходимых энергозатрат от толщины металла при различной мощности излучения: 1 – $W=2$ кВт; 2 – $W=3,5$ кВт

В ряде случаев тепловой модели радиационного воздействия недостаточно для корректного рассмотрения процессов лазерных технологий. Например, при сверлении глубоких отверстий нельзя не учитывать поглощение излучения парами, образующимися в канале, и т. д. [8,9].

III. Заключение

Существуют лазерные технологии, основанные на быстром тепловом

расширении вещества при нагреве лазерным излучением. Технология сухой лазерной очистки поверхности твердого тела от частиц загрязнений основана на быстром нагреве и термическом расширении поглощающих излучение частиц и/или поверхностного слоя основного материала лазерным импульсом. После окончания импульса частицы отрываются от поверхности и выбрасываются под действием сил инерции.

Список литературы:

- [1].Анисимов С.И., Имас Я.А., Романов Г.С., Ходыко Ю.В. Действие излучения большой мощности на металлы. - М.: Наука, 1970.
- [2].Рэди Дж.Ф. Действие лазерного излучения. - М.: Мир, 1974.
- [3].Вейко В.П., Либенсон М.Н. Лазерная обработка. - Л.: Лениздат, 1973.
- [4].Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н. Лазерная техника и технология. Лазерная сварка металлов, т. 5. - М.: Высшая школа, 1988.
- [5].Григорьянц А.Г., Сафонов А.Н. Лазерная техника и технология. Основы лазерного термоупрочнения сплавов, т. 6. - М.: Высшая школа, 1988.
- [6].Аборкин А.В., Бабин Д.М., Бокарев Д.В., Елкин А.И. Влияние отжига на структуру и свойства алюмоматричных композитов, упрочненных WC1-х/УНТ структурами//Сборник трудов V Международной научно-технической конференции «Живучесть и конструкционное материаловедение (ЖивКоМ – 2020)». Москва, 27–29 октября 2020г.С.3-6.
- [7].Aborkin A., Khorkov K., Prusov E., Ob'edkov A., Kremlev K., Perezhogin I., Aymov M. Effect of Increasing the Strength of Aluminum Matrix Nanocomposites Reinforced with Microadditions of Multiwalled Carbon Nanotubes Coated with TiC Nanoparticle // Nanomaterials. 2019. Vol.9. Is.11. Article 1596. [https://doi.org/ 10.3390/nano9111596](https://doi.org/10.3390/nano9111596).
- [8].Animesh B., Eisen W.B. Hot Consolidation of Powders & Particulates. Metal Powder Industries Federation, Princeton, USA, 2003. 254 p.
- [9].German R.M. (Ed.) Powder Metallurgy Science, 2nd ed.; Metal Powder Industries Federation: Princeton, NJ, USA, 1994. 472 p.

Обобщение метода Римана для магистрального газопровода при квадратичном законе сопротивления

М.К.Махкамов, С.С.Ахмаджонов, Ш.М.Комилов

^{1, 3}Андижанский государственный университет

²Андижанский государственный технический институт

Аннотация: Выразив перепад давления квадратичным законом сопротивления и локальной составляющей силы инерции газа в законе сохранения импульса, и с привлечением закона сохранения массы в одномерном представлении составлена математическая модель задачи о распространении импульса в полубесконечном газопроводе, которая повторяет задачу Римана, но с учетом силы сопротивления трения.

С применением вспомогательной функции в виде натурального логарифма приведенной плотности, а также калибровочных функций и определенных упрощений, составлено и решено уравнение относительно опорного решения задачи по скорости газа. Для аналитического решения задачи по скорости газа использовано решение Римана и получено уточненное аналитическое решение при учете квадратичного закона сопротивления как для возмущенной, так и для невозмущенной подобластей расчета.

Расчет распределения давления, которое пропорционально плотности газа, проводили численно, учитывая распространения его против потока. В невозмущенной подобласти расчета значение давления остается при прежних значениях. Значения вспомогательной функции и значения давления газа на скачке импульса и в возмущенной подобласти определены конечноразностным методом.

Изучено распространение скачка и синусоидального возмущения скорости газа на входном сечении газопровода. Получены поля скорости, давления и массового расхода газа при различных исходных данных задачи. Выявлено скачковое возрастание давления на входе, обусловленное скачкообразным возрастанием скорости на входе. В дальнейшем входное давление газа убывает. В выбранных шагах численного расчета изобары оказались перпендикулярны фронту распространения скачка импульса. При входном синусоидальном возмущении скорости получены периодические решения для скорости, убывающие по времени решения для давления.

Ключевые слова: квазиодномерные уравнения трубопроводной транспортировки реального газа, метод бегущих волн, калибровочные функции, метод Римана, опорное решение, конечноразностный метод, вычислительный эксперимент.

Abstract. By expressing the pressure drop through a quadratic resistance law and the local component of the gas inertia force in the momentum conservation equation, and by incorporating the mass conservation law in a one-dimensional formulation, a mathematical model describing impulse propagation in a semi-infinite gas pipeline was developed. The model represents an extension of the classical Riemann problem while accounting for frictional resistance forces.

Using an auxiliary function in the form of the natural logarithm of the reduced density, together with calibration functions and certain simplifying assumptions, an equation governing the reference solution for gas velocity was formulated and solved. The analytical solution for gas velocity was obtained based on the Riemann solution, resulting in a refined analytical solution that incorporates the quadratic resistance law for both the disturbed and undisturbed computational subdomains.

The pressure distribution, which is proportional to the gas density, was calculated numerically while considering its propagation against the flow direction. In the undisturbed computational subdomain, the pressure remained unchanged. The values of the auxiliary function and the gas pressure at the impulse discontinuity and within the disturbed subdomain were determined using the finite-difference method.

The propagation of a velocity shock wave and a sinusoidal velocity disturbance at the inlet section of the gas pipeline was investigated. Velocity, pressure, and mass flow rate fields were obtained for various initial conditions of the problem. A sudden increase in inlet pressure caused by an abrupt increase in inlet velocity was observed. Subsequently, the inlet gas pressure gradually decreased. For the selected numerical calculation steps, the isobars were found to be perpendicular to the propagation front of the impulse discontinuity. In the case of a sinusoidal inlet velocity disturbance, periodic solutions for velocity and time-decaying solutions for pressure were obtained.

Keywords: quasi-one-dimensional equations of real-gas pipeline transportation, traveling wave method, calibration functions, Riemann method, reference solution, finite-difference method, computational experiment.

I. Введение

Магистральные газопроводы являются главной частью газотранспортной системы [1]. Основная доля затрат энергоресурсов в трубопроводном транспорте газа приходится на эту часть системы. Характеристики трубопроводной сети, наряду с поставленными технологическими задачами, являются определяющими факторами для режима работы остального оборудования системы. В связи с этим, важным является обеспечение возможности производить расчет режима работы магистрального газопровода с достаточной степенью точности. При этом должен быть предусмотрен учет всех значимых факторов, влияющих на работу магистрального газопровода. Несмотря на кажущуюся простоту конструкции газопровода, в нем протекают сложные процессы движения, трения, взаимодействия с гравитацией, внутреннего и внешнего теплообмена. Эти процессы, как правило, изменяются во времени, то есть являются нестационарными.

При изучении переходных процессов потока в газопроводах используются различные алгоритмы и численные методы, основывающиеся на неявные и явные конечные разности и методе характеристик [2].

В статье [3] сформулирована математическая модель, которая описывает поток газа в трубе. Модель упрощается, делая некоторые предположения. Считается, что природный газ течет по длинной горизонтальной трубе, внутри объема нет источника тепла, передача тепла за счет теплопроводности преобладает теплообмена с окружающей средой. Уравнения потока связаны с уравнением состояния. Исследование [4] посвящено моделированию и численному расчету сети газораспределительных трубопроводов с особым акцентом на элементарные участки газопровода. В работе [5] рассматриваются задачи оптимального управления потоком газа в трубопроводной сети. Из полных нелинейных изотермических уравнений газа Эйлера построены квазиодномерные

уравнения. Формулирована задача оптимального управления в сети газопровода и произведена ее временная дискретизация.

Ниже остановимся на такой задаче, когда при задано граничное условие, а при заданы условия в виде путевых изменений скорости газа и ее первой производной по времени. Рассматриваемая область решения – левая полуось. Получено решение относительно скорости газа, которое при переходе к известному решению Римана.

II. Методы

При пренебрежении конвективной составляющей силы инерции газа и уклоном трассы от горизонта квазиодномерные уравнения сохранения импульса и массы имеют вид [6, 7]:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon \rho u^2, \\ -\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho u}{\partial x}. \end{cases} \quad (1)$$

здесь x, t – расстояние и время; u, p, ρ – средние значения скорости, давления и плотности газа в сечении x в момент времени t ; $\varepsilon = \lambda/2D$ – параметр силы сопротивления в законе Дарси-Вейсбаха; λ, D – коэффициент сопротивления трения и диаметр трубопровода.

При отсутствии внешних возмущений можно ставить следующую краевую задачу с граничным условием

$$u(0, t) = \mu(t) \quad (2)$$

при начальных условиях

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad (3)$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \psi(x). \quad (4)$$

Таким образом, в данной работе решается задача о газодинамическом состоянии полубесконечного трубопровода ($x \geq 0$).

Введение скорости распространения малых возмущений $c = \sqrt{\partial p / \partial \rho} = \sqrt{ZRT}$ в реальном газе (Z, R, T – коэффициент сверхсжимаемости, приведенная газовая

постоянная и средняя температура газа), транспортируемого по трубопроводу, и вспомогательной функции

$$\varphi = \ln(\rho/\rho_*0), \quad (5)$$

где ρ_* – характерная плотность газа, а также пренебрежение членом $u \frac{\partial \varphi}{\partial x}$ во втором уравнении, который при малых гидродинамических скоростях и при небольших возмущениях плотности представляет малую величину, позволяет записать систему (1) в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\varepsilon u^2, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

В многочисленных литературных источниках, в т. ч. учебниках [8], данная система анализируется и решается без правой части в первом уравнении.

В отдельных случаях вводятся калибровочные функции [9]

$$A = u + c\varphi, \quad B = u - c\varphi. \quad (7)$$

Тогда система (7) приобретает вид:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + c \frac{\partial A}{\partial x} = -\varepsilon u^2, \quad \frac{\partial B}{\partial t} - c \frac{\partial B}{\partial x} = -\varepsilon u^2. \quad (8)$$

Из данной системы уравнений можно составить, например, уравнение относительно скорости

$$u(x, t) = A(\eta, t) + B(\xi, t),$$

$$\frac{du}{u^2} = -\frac{\varepsilon dx}{c}, \quad \frac{dx}{dt} = c.$$

где $u^0 = u(\eta, \xi)|_{\varepsilon=0}$ – решение однородной системы (1), т.е. при $\varepsilon = 0$.

Отсюда находим опорное решение задачи

$$u = \frac{u^0}{1 + \frac{\varepsilon x}{c} u^0}. \quad (9)$$

Из этого решения задачи вытекает следующая общая закономерность в приближении длинного трубопровода: решение задачи с учетом трения будет меньше чем решение задачи без учета трения.

Необходимо определить значение u^0 .

Обратимся к известному решению задачи Коши из математической физики [10]:

$$u^0(x, t) = \frac{\Phi(x+ct) - \Phi(x-ct)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_{x-ct}^{x+ct} \Psi(\alpha) d\alpha,$$

где Φ и Ψ – значения искомой и ее производной по времени при $t = 0$.

Чтобы иметь нулевое значение искомой при $x = 0$, необходимо принять

$$\Phi(x) = \begin{cases} \phi(x) & \text{при } x > 0 \\ -\phi(x) & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{и } \Psi(x) = \begin{cases} \psi(x) & \text{при } x > 0 \\ \psi(x) & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Только в этом случае следует $u^0(0, t) = 0$, и тогда можем использовать условие при $x = 0$. Кроме того, в силу выполнения условий

$$u^0(x, 0) = \Phi(x) = \phi(x),$$

$$\frac{\partial u^0(x, 0)}{\partial t} = \Psi(x) = \psi(x)$$

при $x > 0$ решение удовлетворяет нашим двум начальным условиям.

Тогда, с учетом возмущения скорости в сечении $x = 0$, можем записать решение задачи в виде

$$u^0(x, t) = \begin{cases} \mu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{\phi(x+ct) - \phi(x-ct)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{ct-x}^{x+ct} \psi(\alpha) d\alpha & \text{при } x < ct, \\ \frac{\phi(x+ct) - \phi(x-ct)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-ct}^{x+ct} \psi(\alpha) d\alpha & \text{при } x > ct. \end{cases}$$

Подстановка этого значения u^0 в равенство (7) приводит к конечному результату для скорости газа:

$$u(x, t) = \begin{cases} \frac{\mu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{1}{2}[\phi(x+ct) - \phi(x-ct)] + \frac{1}{2} \int_{ct-x}^{x+ct} \psi(\alpha) d\alpha}{1 + \frac{\varepsilon x}{c} \left\{ \mu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{1}{2}[\phi(x+ct) - \phi(x-ct)] + \frac{1}{2} \int_{ct-x}^{x+ct} \psi(\alpha) d\alpha \right\}} & \text{при } x \leq ct, \\ \frac{\frac{1}{2}[\phi(x+ct) - \phi(x-ct)] + \frac{1}{2} \int_{x-ct}^{x+ct} \psi(\alpha) d\alpha}{1 + \frac{\varepsilon x}{c} \left\{ \frac{1}{2}[\phi(x+ct) - \phi(x-ct)] + \frac{1}{2} \int_{x-ct}^{x+ct} \psi(\alpha) d\alpha \right\}} & \text{при } x > ct, \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, получено аналитическое решение поставленной задачи относительно гидродинамической скорости газа.

Данное решение обобщает известное решение задачи Римана с учетом квадратичного закона сопротивления в газопроводе. В самом деле, если принимать $\varepsilon = 0$, то получим классическое решение Римана [8] об односторонней волне.

Для представления полной картины необходимо найти решение задачи по давлению, для чего можно обратиться к численному методу.

Переход к дискретным координатам осуществляется так, чтобы скачок импульса находился в расчетном узле. Такой выбор шагов дискретных координат позволяет определить значение скачка давления на фронте ударной волны. Для подтверждения данного суждения обратимся к следующей задаче.

Газопровод находится в состоянии покоя, т.е. начальная скорость газа – нулевая. Начальное давление составляет $p(0,0) = p_{00}$. Начальное распределение плотности однородное и с помощью вспомогательной функции выражается в виде $\varphi(x,0) = 0$. В момент времени $t = 0$ скорость газа на входе в газопровод начинает изменяться по синусоидальному закону

$$u(0,t) = U \sin(0.1\pi t).$$

Исследуем динамику процесса распространения импульса.

Для вычисления скорости пользуемся нашей формулой. Для расчета барического поля нам известно значение давления в невозмущенной зоне.

Для вычисления значения вспомогательной функции на фронте возмущения, которая вышла из зоны расчета, пользовались аппроксимацией второго уравнения системы (6).

$$\frac{\varphi_n^n - \varphi_n^{n-1}}{\tau} = -\frac{u_{n+1}^n - u_n^n}{h}.$$

Здесь при $i > n$, т.е. в невозмущенной зоне, поэтому $u_{n+1}^n = 0$.

Аналогично можно принять φ_n^{n-1} . Поэтому

$$\varphi_n^n = \frac{\tau}{h} u_n^n.$$

Далее согласно вычисленным значениям по формуле

$$\varphi_i^n = \varphi_{i+1}^n + \frac{h}{c^2} \left[\frac{u_{i+1}^n - u_i^{n-1}}{\tau} + \varepsilon (u_{i+1}^n)^2 \right]$$

вычислим значения φ_i^n при $i = n-1..0$.

Только при $i \leq N$ сохраняем значения φ_i^n для дальнейшего пользования, т.е. для вычисления и визуализации результатов расчета по давлению и массовому расходу газа.

Представим результаты визуализации в среде Excel, которые получены до $ct/l = 3$.

На рис. 1 приведены изолинии скорости газа в координатной плоскости $(ct/l, x)$. Верхняя левая часть рисунка, соответствует зоне покоя. В синих полосах значение скорости меньше 2 м/с. Основные изменения скорости происходят во входном сечении при максимальных значениях входной скорости газа. Результат – периодический.

Такие же суждения можно привести относительно массового расхода газа (рис. 2).

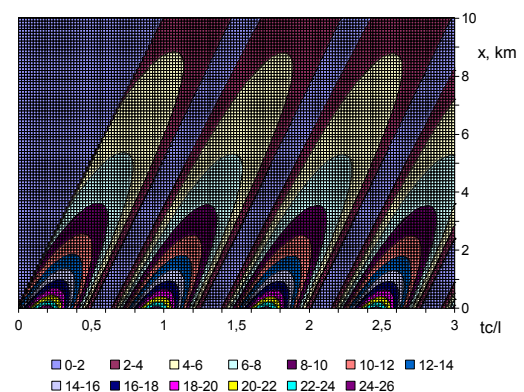


Рисунок 1. Изолинии скорости газа в плоскости

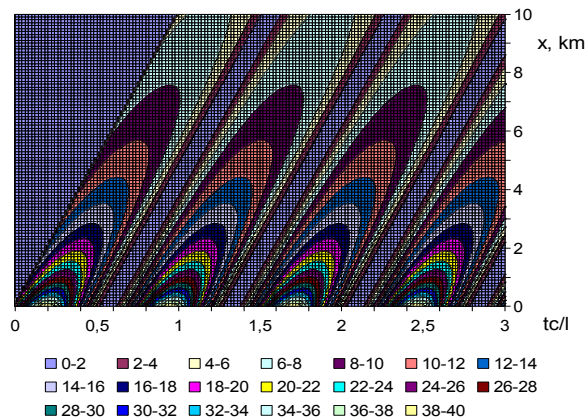


Рисунок 2. Изолинии расхода газа в плоскости

$$(ct/l, x) \text{ при } u(0, t) = 20 \sin(0.1\pi t) \text{ м/с.}$$

$$(ct/l, x) \text{ при } u(0, t) = 20 \sin(0.1\pi t) \text{ м/с}$$

$$D = 1.0 \text{ м}, \lambda = 0.01, c = 378.21 \text{ м/с}, U = 20 \text{ м/с}, p_{00} = 0.1 \text{ МПа}, \varepsilon = 0.005 \text{ м}^{-1}$$

Основные изменения давления происходит вблизи входного сечения при максимальных значениях входной скорости газа (рис. 3). Наибольшее значение давления достигается в начале процесса. Существенное изменение, относительно приведенных изолиний, это неравномерное путевое убывание давления, особенно в первом периоде, где кривые давления получились асимметричными.

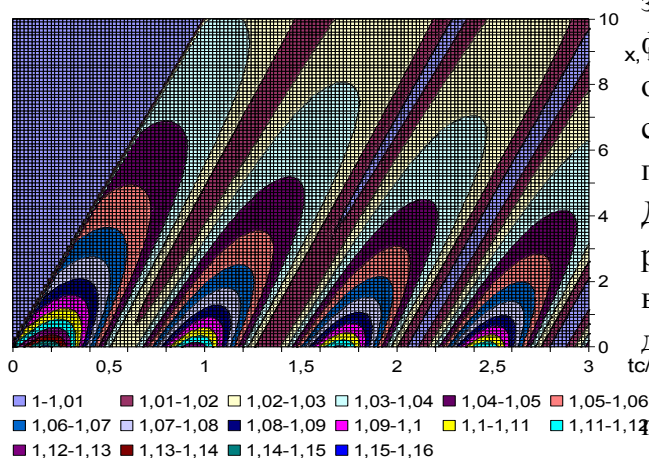


Рисунок 3. Изобары в плоскости $(ct/l, x)$

$$\text{при } u(0, t) = 20 \sin(0.1\pi t) \text{ м/с.}$$

$$D = 1.0 \text{ м}, \lambda = 0.01, c = 378.21 \text{ м/с}, U = 20 \text{ м/с}, p_{00} = 0.1 \text{ МПа}, \varepsilon = 0.005 \text{ м}^{-1}$$

Обсуждение

В работе предложен смешанный метод изучения волнового движения газа в полубесконечном трубопроводе. В отличие от известных задач рассматривается распространение односторонней волны. Поэтому условия однозначности решения задачи для скорости газа приняты в виде одного граничного и двух начальных условий.

С введением вспомогательной функции в виде натурального логарифма приведенной плотности и с привлечением калибровочных функций уравнения приведены более простому виду относительно опорного решения задачи. Уточнение опорного решения проведено сведением к задаче Римана, но с учетом квадратичного закона сопротивления и получено точное решение задачи относительно скорости потока газа.

Для определения давления, которое пропорционально плотности газа, использован конечноразностный метод. Шаг по времени определили как частное шага по длине к скорости малых возмущений давления. Маршевым методом по времени определяли поле скорости и вспомогательной функции. С привлечением значения скорости газа, согласно новой форме уравнения сохранения импульса, определены значения давления на фронте скачка импульса в начале процесса и в процессе распространения импульса. Далее, против направления распространения импульса рекуррентным вычислением определено распределения давления в расчетной области.

Проверка показала, что предложенный смешанный аналитико-численный метод можно применять при изучении некоторых задач распространения волны импульса в газопроводах.

Одной из таких задач является задача о запуске газопровода с постоянной

скорости газа на входе. Показано, что в зоне возмущения скорость газа убывает согласно гиперболическому закону. На фронте импульса скорость газа скачком уменьшается до состояния покоя. Выявлено скачковое возрастание давления на входе в газопровод, причиной которому является скачковое возрастание скорости в начале процесса. В последующем входное давление падает, так как увеличивается привлеченная к движению масса газа. Установлено, что в выбранной системе дискретных координат кривые изобар и фронт скачка пересекаются под прямым углом.

Рассмотрена задача о распространении синусоидального неотрицательного возмущения газа в покоящейся газовой среде. В зоне возмущения скорость газа получается периодическая. В кривых давления в зоне возмущения наблюдается временное убывание.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Ванчин А. Г. Методы расчета режима работы сложных магистральных газопроводов. – Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2014, №4. – стр.192-214.
- [2]. Kai Wen, Zijie Xia, Weichao Yu, Jing Gong. A New Lumped Parameter Model for Natural Gas Pipelines in State Space / *Energies*. 2018, Vol. 11, №2, pp.1971-1985;
- [3]. Agegnehu Atena, Tilahun Muche. Modeling and Simulation of Real Gas Flow in a Pipeline / *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 2016, №4. – pp.1652-1681.
- [4]. Herra'n-Gonza'lez A., De La Cruz J.M., De Andre's-Toro B., Risco-Marti'n J.L. Modeling and simulation of a gas distribution pipeline network / *Applied Mathematical Modelling*, 2009, Vol. 33, pp.1584–1600.
- [5]. Leugering Günter. Domain Decomposition of an Optimal Control Problem for Semi-Linear Elliptic Equations on Metric Graphs with Application to Gas Networks / *Applied Mathematics*, 2017, 8. – pp. 1074-1099.
- [6]. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2-е. – М.: Недра, 1975.
- [7]. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение / Под ред. В.Е.Селезнева. – М.: МАКС Пресс, 2007. – 200 с.
- [8]. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. – М.: Наука, 1975. – 352 с.
- [9]. Бозоров О.Ш., Маматкулов М.М. Аналитические исследования нелинейных гидродинамических явлений в средах с медленно меняющимися параметрами. – Ташкент, ТИТЛП, 2015. – 96 с.
- [10]. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.

Сведения об авторах

Махкамов Мадаминжон Комилович – кандидат технических наук, профессор. Профессор кафедры компьютерной инженерии Андижанского государственного университета.

Е-mail: mailuzbek@umail.uz

Тел: +998905481417

Ахмаджонов Сарварбек Содикович – Андижанский государственный технический институт

Е-mail: s.axmadjonov1990@mail.ru

Тел: +998941082779

Комилов Шохнурбек Мадаминжон угли – Магистр Андижанского государственного университета.

Е-mail: shohnurbekomilov@gmail.com

Investigation Of Optical And Structural Properties Of CdTe Thin Films Obtained By Thermal

A.I. Zokirov

Fergana State University, Fergana, Uzbekistan

Abstract: This study investigates the optical and structural properties of thermally evaporated cadmium telluride (CdTe) thin films with emphasis on quantum confinement effects associated with nanoscale grains (quantum-dot-like features). CdTe films were deposited by thermal evaporation onto three substrate types: glass (sample No. 04), photoglass (sample No. 06), and sitall (sample No. 07). Optical spectra were measured in the 200–1200 nm range, revealing strong ultraviolet absorption attributed to high-energy interband transitions. A systematic blue shift of the absorption edge was observed for the sitall-based film, indicating an increase in the optical band gap that is consistent with quantum size effects. Structural characterization by SEM/EDS and AFM indicates nanoscale grains and a tellurium-rich composition, which is favorable for p-type conductivity. The dielectric response was interpreted using a Drude–Lorentz model, where the Drude term accounts for free-carrier effects that enhance infrared reflectance for photoglass and sitall substrates. The results demonstrate that substrate selection and deposition conditions can tune both the optical band gap and free-carrier response of CdTe films, enabling optimization for solar-cell absorber layers and infrared photodetector applications. Future work will focus on controlled doping and process optimization to improve uniformity and device-relevant performance.

Keywords: CdTe thin films, Quantum confinement, Drude–Lorentz model, Optical properties, Structural properties, Thermal evaporation.

Аннотация: В данном исследовании изучаются оптические и структурные свойства тонких плёнок теллурида кадмия (CdTe), полученных методом термического испарения, с акцентом на эффекты квантового ограничения, связанные с наноразмерными зёрнами (структурами, подобными квантовым точкам). Плёнки CdTe были нанесены методом термического испарения на три типа подложек: стекло (образец № 04), фотостекло (образец № 06) и ситалл (образец № 07). Оптические спектры измерялись в диапазоне 200–1200 нм и выявили сильное ультрафиолетовое поглощение, обусловленное межзонными переходами высокой энергии. Для плёнки на основе ситалла наблюдался систематический синий сдвиг края поглощения, указывающий на увеличение оптической ширины запрещённой зоны, что согласуется с эффектами квантового размера. Структурная характеристика с помощью сканирующей электронной микроскопии с энергодисперсионной спектроскопией (SEM/EDS) и атомно-силовой микроскопии (AFM) показала наличие наноразмерных зёрен и обогащённый теллуром состав, который благоприятен для проводимости р-типа. Диэлектрический отклик был интерпретирован с использованием модели Друде–Лоренца, где член Друде учитывает эффекты свободных носителей заряда, которые усиливают инфракрасное отражение для подложек из фотостекла и ситалла. Результаты демонстрируют, что выбор подложки и условия осаждения позволяют регулировать как оптическую ширину запрещённой зоны, так и отклик свободных носителей заряда в плёнках CdTe. Это даёт возможность оптимизировать их для использования в качестве поглощающих слоёв в солнечных элементах и в инфракрасных фотодетекторах. В дальнейшей работе основное внимание будет уделено контролируемому легированию и оптимизации процесса для улучшения однородности и характеристик, важных для практического применения в устройствах.

Ключевые слова: тонкие плёнки CdTe, квантовое ограничение, модель Друде–Лоренца, оптические свойства, структурные свойства, термическое испарение.

I. Introduction

Cadmium telluride (CdTe), a II-VI semiconductor with a direct bandgap of approximately 1.45 eV, exhibits high absorption coefficients ($>10^4 \text{ cm}^{-1}$) in the visible spectrum, making it an ideal material for photovoltaic applications, particularly in single-junction solar cells [1-2]. The optoelectronic properties of thermally evaporated CdTe thin films vary widely depending on parameters such as deposition time, precursor mass, and substrate type [3-5].

Recent studies have emphasized the role of nanostructures, especially quantum dots (QDs), in inducing quantum confinement effects, which lead to size-dependent bandgap widening and improved carrier mobility.

Literature indicates that thermally evaporated CdTe films typically exhibit a polycrystalline zinc-blende structure [6]. Film thickness and thermal processing significantly influence crystallinity and optical constants [7,8]. For instance, Lalitha et al. (2007) demonstrated that s-d orbital interactions

strongly affect absorption and reflection [9]. Babar (2016) and Alam (2021) reported bandgap values ranging from 1.45–1.52 eV for varying thicknesses, attributing variations to strain and defects [10]. In CdTe films incorporating QDs, electronic states are modified, resulting in a blue shift of the absorption edge and enhanced nonlinear optical properties, aligning with studies on CdTe/ZnTe QDs.

Compared to bulk CdTe, QD-embedded films show higher quantum efficiency and narrower emission spectra, beneficial for optoelectronics. Key challenges include achieving uniform QD sizes and minimizing defects, addressed here through optimized deposition parameters. This work investigates the optical and structural properties of CdTe thin films, focusing on quantum confinement and free-carrier effects.

II. Theory/calculation (optional)

The optical absorption coefficient $\alpha(\lambda)$ and the direct optical band gap E_g were estimated using the Tauc approach for direct allowed transitions:

$$(\alpha h\nu)^2 = A(h\nu - E_g) \quad (1)$$

where $h\nu$ is photon energy and A is a constant. Extrapolation of the linear region of $(\alpha h\nu)^2$ versus $h\nu$ to zero provides E_g .

To interpret the dielectric response and the role of free carriers and interband transitions, the complex dielectric function was modeled by a Drude–Lorentz form:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} + \sum_j \frac{f_j \omega_{0j}^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i\Gamma_j \omega} \quad (2)$$

where ε_∞ is the high-frequency dielectric constant, ω_p is the plasma frequency, γ is the Drude damping parameter, and the Lorentz terms $f_j, \omega_{0j}, \Gamma_j$ describe interband oscillators. Increased ω_p (carrier concentration) and reduced γ (lower scattering/defects) can enhance infrared reflectance and modify the optical response.

Quantum confinement in nanoscale grains can increase the effective band gap, qualitatively scaling as $\Delta E_g \propto 1/R^2$, where R is an effective

grain radius, consistent with blue-shift trends observed for smaller grains.

III. Methods

CdTe thin films were prepared via thermal evaporation in vacuum. Substrates included ordinary glass (№ 04), photoglass (№ 06), and sitall (№ 07). Optical spectra were measured in the 200–1200 nm range using UV-Vis-NIR spectroscopy. Structural analysis involved SEM/EDS for morphology and composition, and AFM for surface roughness (Ra, RMS, asymmetry parameters). Dielectric functions were modeled using the Drude-Lorentz approach, and bandgap energies were determined via Tauc plots. Quantum confinement effects were accounted for in the analysis.

IV. Results and discussion

Optical Properties

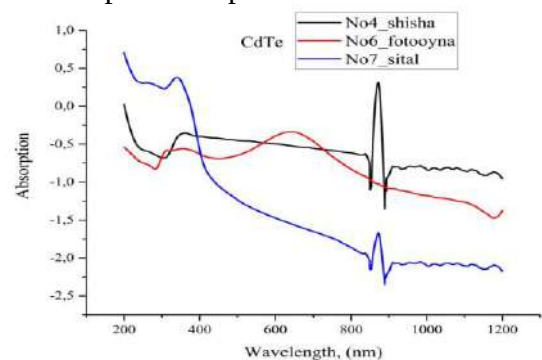


Fig. 1. Absorption spectra of CdTe thin films on glass (No. 04), photoglass (No. 06), and sitall (No. 07)

Fig.1-3 shows absorption, reflection, and transmission spectra for samples on glass (№ 04shihsa, black), photoglass (№ 06fotooyna, red), and sitall (№07sital, blue) substrates. High absorption in the UV region is attributed to high-energy interband transitions characteristic of CdTe. In the visible range, absorption decreases gradually, forming an edge around 800–900 nm corresponding to the direct bandgap.

The absorption edge shifts blueward for the sitall substrate №07, indicating increased bandgap (E_g). This effect is weaker on photoglass and glass. Reflection spectra reveal a sharp increase in the IR for №06 and №07, linked to higher free-carrier concentration and plasma effects. Lower reflection in №04 suggests reduced carrier density.

Transmission spectra follow similar trends, with №07 exhibiting the highest values

in the IR, due to superior structural order and low scattering losses.

Tauc plots ($(\alpha h\nu)^2$ vs. $h\nu$) yield $E_g \approx 1.45$ eV for №04 (matching bulk CdTe), and 1.48–1.52 eV for №06 and №07, attributed to quantum confinement in nanoscale grains. The Drude-Lorentz model describes the dielectric function (2).

For CdTe films, plasma frequency ω_p increases with carrier concentration:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega) \quad (3)$$

explaining enhanced IR reflection in №06 and №07. Lower damping γ in sital samples indicates high crystallinity and low defect density.

Substrate Effects on Optical Spectra

Substrate	Key Feature	Interpretation
Glass	Stable but strong interference	Moderate quality
Photoglass	Broad, flat absorption	Optimal for PV
Sital	High UV absorption, NIR noise	Structural, high optical noise

Drude-Lorentz fits show Lorentz dominance in 200–800 nm (interband) and Drude in >800 nm (intraband), with substrate influencing oscillator strength A and damping Γ .

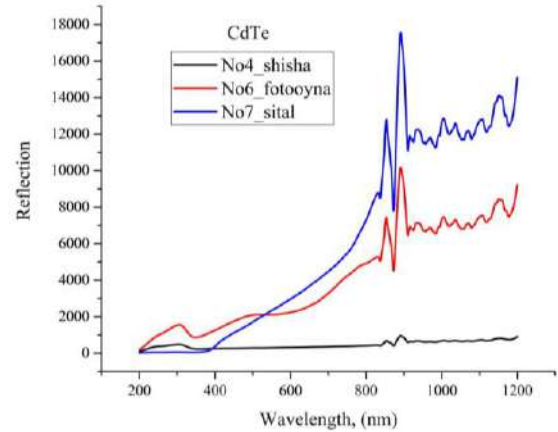


Fig. 2. Reflection spectra of CdTe thin films on glass (No. 04), photoglass (No. 06), and sital (No. 07).

Reflection spectra (Figure 2) show surface modifications affect optics. lowest intensity for glass, higher for photoglass, and peaks for sital, indicating uniform thickness and high quality.

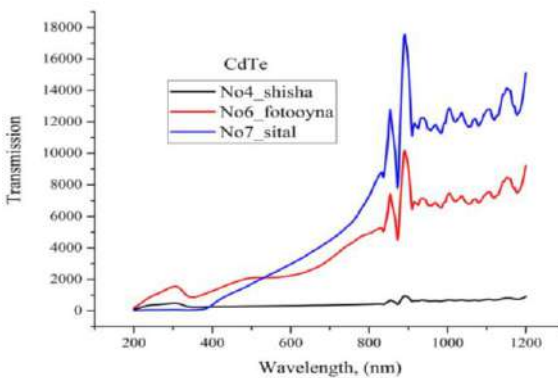


Fig. 3. Transmission spectra of CdTe thin films on glass (No. 04), photoglass (No. 06), and sital (No. 07).

Transmission (Fig. 3) is lowest for glass, with sharp increases >800 nm aligning with $E_g \approx 1.45$ eV. Sital yields highest transmission, confirming superior optical quality.

SEM/EDS revealed tellurium-rich composition, promoting p-type conductivity. AFM showed 2–6 nm grains, confirming QD

formation. Roughness parameters indicate smoother surfaces with longer deposition, reducing defects.

Quantum confinement shifts $\Delta E_g \propto 1/R^2$, where R is grain radius, matching observed bandgap increase. This correlates with blue-

shifted edges and enhanced response, consistent with CdTe QD studies.

Sitall's thermal stability enhances crystallization, boosting carrier mobility and reducing IR losses.

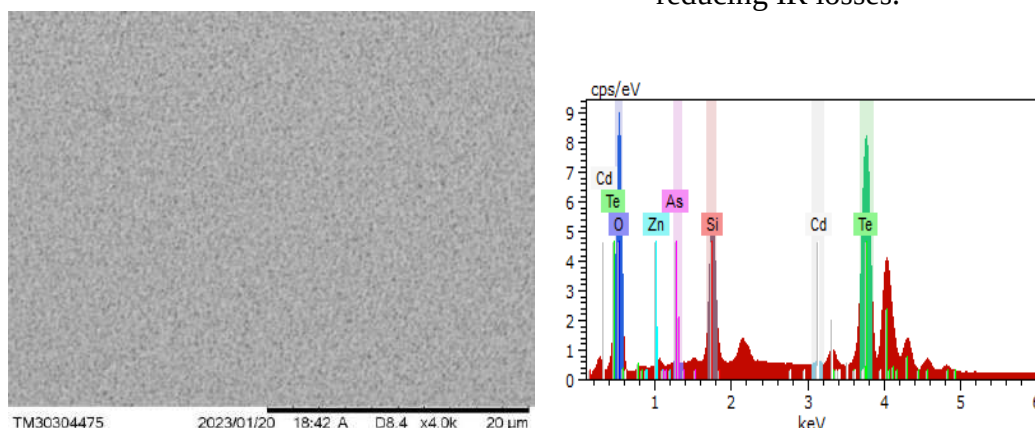


Fig. 4. SEM micrograph (surface morphology) and EDS (EDX) spectrum (elemental composition) of the CdTe thin film.

V. Conclusion

CdTe thin films prepared by thermal evaporation exhibit strong substrate-dependent optical and structural behavior. The glass-based film shows a band gap close to bulk CdTe (~ 1.45 eV), while photoglass and sitall substrates yield a widened optical band gap (~ 1.48 – 1.52 eV), consistent with nanoscale grain effects and quantum confinement. Enhanced infrared reflectance for photoglass and sitall films is attributed to increased free-carrier response captured by the Drude contribution in the Drude–Lorentz model. SEM/EDS and AFM results support nanoscale morphology and a tellurium-rich composition, which may promote p-type characteristics and influence carrier-related optical effects. These findings indicate that substrate selection can be used as an effective control parameter to optimize CdTe thin films for photovoltaic absorbers and infrared photodetectors. Future work will focus on controlled doping and tighter control of grain-size uniformity to improve device-relevant performance.

References

- [1]. B. E. McCandless, J. R. Sites, *in*: Handbook of Photovoltaic Science and Engineering, John Wiley & Sons, 2011, pp. 600–641. <https://doi.org/10.1002/9780470974704.ch14>. (Wiley Online Library)
- [2]. G. Kartopu, S. J. C. Irvine, *in*: Metalorganic Vapor Phase Epitaxy (MOVPE): Growth, Materials Properties, and Applications, John Wiley & Sons, 2019, pp. 325–353. <https://doi.org/10.1002/9781119313021.ch10>. (ScienceDirect)
- [3]. K. Onorkulov, A. Zokirov, Bull. L.N. Gumilyov Eurasian Natl. Univ., Phys. Astron. Ser. 143 (2023) 16–23. <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2023-143-2-16-23>. (bulphysast.enu.kz)
- [4]. P. K. K. Kumarasinghe, A. Dissanayake, B. M. K. Pemasiri, et al., J. Mater. Sci.: Mater. Electron. 28 (2017) 276–283. <https://doi.org/10.1007/s10854-016-5521-2>. (Springer)
- [5]. A. A. I. Lakmal, P. K. K. Kumarasinghe, V. A. Seneviratne, et al., Mater. Sci. Eng. B 273 (2021) 115406. <https://doi.org/10.1016/j.mseb.2021.115406>. (SSRN)
- [6]. P. K. K. Kumarasinghe, A. Dissanayake, B. M. K. Pemasiri, et al., Mater. Sci. Semicond. Process. 58 (2017) 51–60. <https://doi.org/10.1016/j.mssp.2016.11.028>. (ScienceDirect)
- [7]. E. R. Shaaban, N. Afify, A. El-Taher, J. Alloys Compd. 482 (2009) 400–404. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2009.04.033>. (ResearchGate)
- [8]. S. Lalitha, R. Sathyamoorthy, S. Senthilarasu, et al., Sol. Energy Mater. Sol. Cells 82 (2004) 187–199. <https://doi.org/10.1016/j.solmat.2004.01.017>. (ResearchGate)
- [9]. S. Lalitha, S. Z. Karazhanov, P. Ravindran, et al., Physica B 387 (2007) 227–238. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2006.04.008>. (Wiley Online Library)
- [10]. M. A. E. Alam, Ph.D. Thesis, Sheffield Hallam University, United Kingdom (2021). <https://doi.org/10.7190/shu-thesis-00452>.

ZnO:Al NANOSTRUKTURALARINING FOTOKATALITIK XOSSALARINI COMSOL MULTIPHYSICS ASOSIDA MODELLASHTIRISH

A.Y.Boboyev¹, B.D.G'ulomov¹, B.A.Karimov²

¹Andijon davlat universiteti

²Andijon davlat texnika instituti

Annotatsiya. Ushbu ishda Al bilan legirlangan ZnO (ZnO) nanostrukturalarining elektron va fotokatalitik xossalari COMSOL Multiphysics dasturi yordamida modellashtirildi. Energetik soha tuzilishi, elektr maydon taqsimoti, donor–akseptor konsentratsiyasi hamda optik sezgirlik tahlil qilindi. Natijalar Al legirlash donor markazlar sonini oshirishi, Burshteyn–Moss siljishini yuzaga keltirishi va zaryad tashuvchilar ajralishini yaxshilashi mumkinligini ko'rsatdi. Olingan natijalar ZnO nanostrukturalarining fotokatalitik vodorod ishlab chiqarish tizimlarida qo'llash istiqbollari baholash uchun nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: ZnO, fotokataliz, COMSOL Multiphysics, Burshteyn–Moss siljishi, zaryad tashuvchilar, vodorod ishlab chiqarish.

Abstract. In this study, the electronic and photocatalytic properties of Al-doped ZnO (ZnO:Al) nanostructures were investigated using COMSOL Multiphysics simulations. The energy band structure, electric field distribution, donor–acceptor concentration profile, and optical sensitivity were analyzed. The results indicate that Al doping can increase the donor concentration, induce the Burstein–Moss shift, and enhance charge carrier separation. The obtained findings provide a theoretical basis for evaluating the potential application of ZnO:Al nanostructures in photocatalytic hydrogen production systems.

Keywords: ZnO:Al, photocatalysis, COMSOL Multiphysics, Burstein–Moss shift, charge carriers, hydrogen production.

I. Kirish

So'nggi yillarda global energiya muammolari va atrof-muhit ifloslanishining kuchayishi qayta tiklanuvchi hamda ekologik toza energiya manbalari bo'yicha ilmiy izlanishlarni jadallashtirdi. Shu nuqtai nazardan, suvni fotokatalitik parchalanishi orqali vodorod ishlab chiqarish barqaror energetika uchun istiqbolli yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Bu jarayon yorug'lik energiyasini bevosita kimyoviy energiyaga aylantirish imkonini beradi va issiqxona gazlari chiqindilarisiz amalga oshadi [1,2].

Fotokatalitik suv parchalanish mexanizmi yarimo'tkazgich materiallarda yorug'lik ta'sirida elektron-kovak juftlarining hosil bo'lishiga asoslanadi. Hosil bo'lgan elektronlar qaytarilish reaksiyalarida, kovaklar esa oksidlanish jarayonlarida ishtirok etadi. Biroq ko'plab yarimo'tkazgichlarda asosiy muammo fotohosil bo'lgan zaryad tashuvchilarning tez rekombinatsiyaga uchrashidir. Bu jarayon fotokatalitik samaradorlikni keskin cheklaydi [2,3].

ZnO keng taqiqlangan sohaga ega n-tur yarimo'tkazgich bo'lib, yuqori elektron

harakatchanligi, kimyoviy barqarorligi, nisbatan arzonligi va ekologik xavfsizligi sababli fotokataliz hamda fotoelektrokimyoviy suv parchalanish tizimlarida istiqbolli material sifatida qaraladi. Shu bilan birga, sof ZnO ning asosiy kamchiligi uning asosan ultrabinafsha sohada faol bo'lishi, ko'rinadigan yorug'likdan cheklangan darajada foydalanishi va fotokorroziya hamda rekombinatsiya jarayonlariga moyilligidir [3].

ZnO asosidagi materiallarda vodorod ajralish samaradorligini oshirish uchun turli modifikatsiya yo'llari - legirlash, geterotuzilma hosil qilish, fotokatalizator qo'shish, sirt nuqsonlarini boshqarish va nanostrukturalash usullari keng qo'llanmoqda. Xususan, Fe, Sn va Al bilan legirlangan ZnO plyonkalarida fotovodorod ishlab chiqarish samaradorligini oshirishga doir natijalar keltirilgan [4]. Al va Ce bilan ikki tomonlama legirlangan ZnO nanokompozitlarida esa zaryad tashuvchilar ajralishi va ko'rinadigan yorug'lik yutilishining yaxshilanishi hisobiga H₂ hosil bo'lish tezligi sezilarli ortgani ko'rsatilgan [5].

ZnO ning fotokatalitik xossalari yaxshilashning samarali usullaridan biri uning kristall panjarasiga uch valentli elementlarni kiritish orqali legirlashdir. Al³⁺ ionlari Zn²⁺ ionlari

o'rnini egallaganda qo'shimcha donor markazlar hosil bo'ladi va erkin elektronlar konsentratsiyasi ortadi. Natijada Fermi darajasi o'tkazuvchanlik sohasi tomon siljiydi, elektr o'tkazuvchanlik yaxshilanadi va optik o'tishlar yuqori energiyali sathlarga ko'chishi mumkin [9-11].

Al bilan legirlangan ZnO tizimida elektronlar konsentratsiyasining ortishi Burshteyn-Moss siljishi bilan bog'liq. Bu hodisada o'tkazuvchanlik sohasining pastki holatlari elektronlar bilan band bo'lib qoladi va valent sohadan o'tkazuvchanlik sohasiga optik o'tishlar yuqoriroq energiyalar orqali sodir bo'ladi. Shuning uchun tajribaviy aniqlanadigan samarali optik taqiqlangan soha kengligi ortadi [11,12].

Fotokatalitik jarayonlarda faqat taqiqlangan soha kengligi emas, balki elektron-kovak juftlarining ajralishi, sirtga yetib borishi va rekombinatsiya ehtimoli ham muhim ahamiyatga ega. ZnO:Al va ZnO asosidagi geterotuzilmalarda zaryad tashuvchilarni ajratish samaradorligini oshirish uchun ZnO/g-C₃N₄, ZnO/CdS va boshqa kompozit tizimlardan ham foydalanilmoqda. Bunday geterotuzilmalar zaryad hosil bo'lishini tezlashtirib, rekombinatsiya ehtimolini kamaytirishi va H ajralish jarayonini kuchaytirishi mumkin [6-8].

Shu sababli ushbu maqolada ZnO:Al nanostrukturalarida Al legirlashning donor markazlar hosil bo'lishi, Burshteyn-Moss siljishi, ichki elektr maydon, zaryad tashuvchilar generatsiyasi va rekombinatsiya jarayonlariga ta'siri COMSOL Multiphysics dasturi yordamida modellashtirish asosida tahlil qilindi.

II. Material va metodika

2.1. Model materiali va hisoblash uchun qabul qilingan fizik parametrlar

Ushbu ishda Al bilan legirlangan rux oksidi (ZnO:Al) nanostrukturalarining elektron, optik va rekombinatsion xossalari COMSOL Multiphysics muhitida modellashtirish asosida tahlil qilindi.

Model materiali sifatida keng taqiqlangan sohaga ega n-tur yarimo'tkazgich - ZnO asos qilib olindi. ZnO ning geksagonal vurtsit kristall tuzilmasi, optik shaffofligi, ultrabinafsha sohada kuchli yutilishi, donor tipidagi nuqsonlar mavjudligi hamda elektronlar asosiy zaryad

tashuvchilar sifatida ishtirok etishi hisobga olindi [17-20].

Al bilan legirlash jarayonida Al³⁺ ionlari Zn²⁺ ionlari o'rnini egallashi mumkinligi sababli kristall panjarada qo'shimcha donor markazlar hosil bo'ladi. Natijada erkin elektronlar konsentratsiyasi ortadi, Fermi darajasi o'tkazuvchanlik sohasi tomon siljiydi va ZnO:Al tizimida Burshteyn-Moss siljishi yuzaga kelishi mumkin [9-12].

Hisoblashlarda ZnO:Al materialida donor va akseptor markazlarining fazoviy taqsimoti, zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi, ichki elektr maydon, energetik sohalar egilishi hamda optik generatsiya jarayonlari tahlil qilindi. Donor markazlarining mavjudligi Al legirlash natijasida yuzaga keladigan qo'shimcha elektronlar manbai sifatida qaraldi. Akseptor markazlar esa kompensatsion nuqsonlar va rekombinatsiya markazlari mavjudligini hisobga olish uchun modelga kiritildi.

Modelda ZnO:Al nanostrukturasining fotokatalitik faolligi bevosita H₂ ajralish tezligi orqali emas, balki fotokatalitik jarayonni belgilovchi asosiy fizik omillar orqali baholandi. Bular jumlasiga yorug'lik ta'sirida elektron-kovak juftlarining hosil bo'lishi, ularning ichki elektr maydon ta'sirida ajralishi, sirtga yetib boruvchi elektronlar oqimi hamda rekombinatsiya ehtimoli kiradi [3,13-15].

2.2. COMSOL Multiphysics muhitida modellashtirish

ZnO:Al nanostrukturalarida zaryad tashuvchilar harakati, energetik sohalar egilishi, elektr maydon taqsimoti, optik xossalari va rekombinatsiya jarayonlarini tahlil qilish uchun COMSOL Multiphysics dasturining yarimo'tkazgich jarayonlarini modellashtirish imkoniyatlaridan foydalanildi. Modellashtirishda yarimo'tkazgich material ichidagi elektrostatik potensial, elektron va kovaklar konsentratsiyasi, donor-akseptor markazlari taqsimoti hamda optik generatsiya jarayonlari o'zaro bog'langan holda qaraldi [22].

Hisoblashlarning asosiy fizik mazmuni Poisson tenglamasi, zaryad tashuvchilar uzluksizlik tenglamalari hamda drift-diffuziya

modeliga tayandi. Poisson tenglamasi yarimo'tkazgich ichidagi elektrostatik potensial va elektr maydon taqsimotini aniqlash uchun ishlatildi. Elektron va kovaklar uchun uzluksizlik tenglamalari esa yorug'lik ta'sirida hosil bo'lgan zaryad tashuvchilarning generatsiya, rekombinatsiya, drift va diffuziya jarayonlarini baholash imkonini berdi [19,22].

Modelda Al legirlash ta'siri donor markazlar konsentratsiyasining ortishi orqali ifodalandi. Donor markazlari konsentratsiyasining o'zgarishi Fermi darajasi, o'tkazuvchanlik sohasi, valent sohasi va ichki elektr maydon taqsimotiga ta'sir qiluvchi asosiy parametr sifatida qaraldi. Shu orqali Al kiritilishi natijasida ZnO ning elektron tuzilmasi qanday o'zgarishi, Burshteyn-Moss siljishi qanday sharoitda yuzaga kelishi va zaryad tashuvchilar ajralishiga qanday ta'sir qilishi tahlil qilindi.

Rekombinatsiya jarayonlarini baholash uchun spontan emissiya spektri ham tahlil qilindi. Spontan emissiya intensivligining foton energiyasiga bog'liqligi radiatsion rekombinatsiya jarayonlari mavjudligini ko'rsatadi. ZnO:Al kabi legirlangan keng taqiqlangan sohali yarimo'tkazgichlarda bunday rekombinatsiya jarayonlari fundamental soha oralig'i, nuqson sathlari yoki sirt holatlari bilan bog'liq bo'lishi mumkin [10,15,16].

III. Natijalar va ularning tahlili

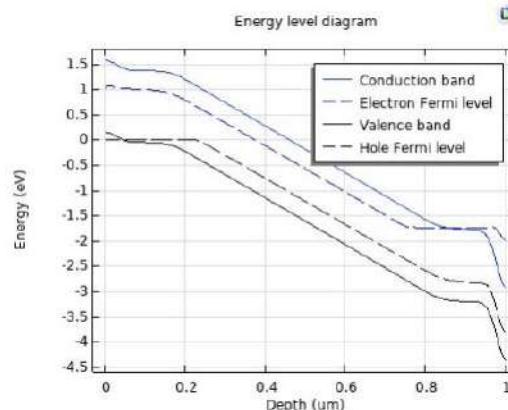
3.1. Energetik soha tuzilmasi va Burshteyn-Moss siljishi

Energetik soha diagrammasi ZnO:Al nanostrukturalarida o'tkazuvchanlik sohasi, valent soha va Fermi darajasining o'zaro joylashuvini ko'rsatadi. ZnO keng taqiqlangan sohali n-tur yarimo'tkazgich bo'lib, uning asosiy xossalari donor tipidagi nuqsonlar va zaryad tashuvchilar konsentratsiyasi bilan belgilanadi [17-19].

Al^{3+} ionlari Zn^{2+} ionlari o'rnini egallaganda kristall panjarada qo'shimcha donor markazlar yuzaga keladi. Natijada o'tkazuvchanlik sohasidagi erkin elektronlar soni ortadi va Fermi darajasi o'tkazuvchanlik sohasi tomon yaqinlashadi. Bu holat materialning elektr o'tkazuvchanligini oshiradi hamda zaryad tashuvchilar harakatini faollashtiradi [9-11].

Al legirlashning muhim natijalaridan biri Burshteyn-Moss siljishidir. Mazkur hodisa o'tkazuvchanlik sohasining quyi energetik holatlari elektronlar bilan band bo'lib qolishi sababli optik o'tishlarning yuqoriroq energiyalarga siljishi bilan izohlanadi. Shu tufayli tajribaviy aniqlanadigan samarali taqiqlangan soha kengligi ortadi [11,12].

Fotokatalitik nuqtai nazardan energetik sohalarining bunday boshqarilishi muhim ahamiyatga ega. Agar fotohosil bo'lgan elektronlar rekombinatsiyaga uchramasdan material sirtiga yetib borsa, ular H^+ ionlarini qaytarish reaksiyalarida ishtirok etib H_2 hosil bo'lishiga hissa qo'shadi. Kovaklar esa oksidlanish jarayonlarini amalga oshiradi.



1-rasm. ZnO:Al nanostrukturasi energetik soha diagrammasi (COMSOL model natijasi).

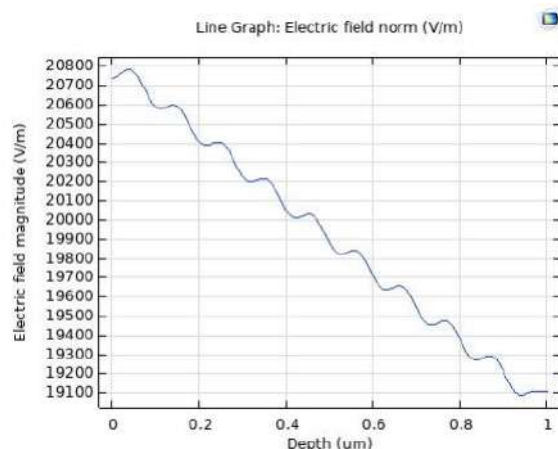
3.2. Elektr maydon taqsimoti

ZnO:Al nanostrukturalarida elektr maydon taqsimoti yarimo'tkazgich strukturaning ichki elektr xossalari va zaryad tashuvchilarning harakatlanish mexanizmini aniqlashda muhim rol o'ynaydi. Yarimo'tkazgich qatlamida hosil bo'ladigan elektr maydon elektron va kovaklarning harakat yo'nalishini belgilab, ularning drift va diffuziya jarayonlariga bevosita ta'sir ko'rsatadi [19,22].

2-rasmda elektr maydon kuchlanganligining chuqurlik bo'yicha taqsimoti keltirilgan. Hisoblash natijalari elektr maydon kuchlanganligi qatlam chuqurlashgan sari asta-sekin kamayishini ko'rsatadi. Strukturaning boshlang'ich qismida elektr maydon nisbatan yuqori qiymatga ega bo'lib, chuqurlik ortishi bilan uning qiymati pasayadi.

Bunday taqsimot donor-akseptor markazlarining fazoviy taqsimoti hamda yarimo'tkazgich ichidagi potensial gradient bilan izohlanadi. Kuchli elektr maydon mavjud hududlarda elektronlar tezroq ajraladi va ularning kovaklar bilan qayta rekombinatsiyalanish ehtimoli kamayadi. Bu holat fotokatalitik jarayonlarda sirtga yetib boruvchi elektronlar oqimini oshirish uchun ijobiy omil hisoblanadi [3,13].

Al kiritilganda donor markazlar soni ortadi va erkin elektronlar konsentratsiyasi ko'payadi. Bu ichki elektr maydon gradientining shakllanishiga va zaryad tashuvchilar ajralishining kuchayishiga olib kelishi mumkin. Shunday qilib, elektr maydon taqsimoti ZnO:Al tizimida fotogeneratsiyalangan zaryadlarning foydali reaksiyalarga yo'naltirilishini tushuntiruvchi asosiy model ko'rsatkichlardan biridir.



2-rasm. ZnO:Al nanostrukturasiida elektr maydon kuchlanganligining chuqurlik bo'yicha taqsimoti (COMSOL model natijasi).

3.3. Donor-akseptor

konsentratsiyasining fazoviy taqsimoti

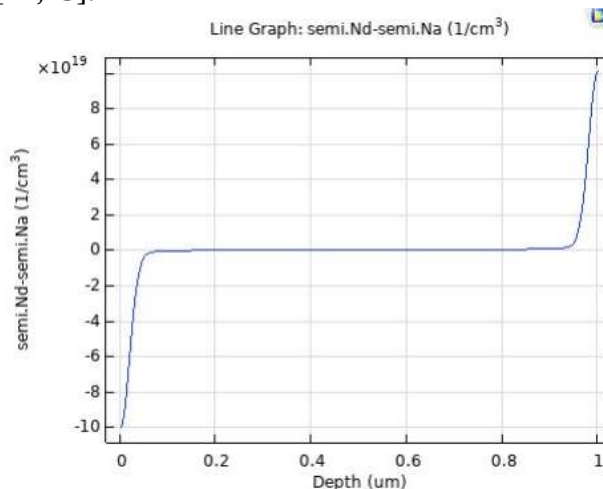
Yarimo'tkazgich strukturalarda donor va akseptor markazlarining fazoviy taqsimoti zaryad tashuvchilar harakati, energetik sohalar egilishi va ichki elektr maydon shakllanishini aniqlovchi asosiy omillardan biridir. Ayniqsa, ZnO:Al tizimida Al donor markazlari elektron konsentratsiyasini oshirib, materialning elektr va optik xossalari sezilarli o'zgartiradi [9-11].

3-rasmda modeldagi donor-akseptor konsentratsiyasi profilining chuqurlik bo'yicha taqsimoti keltirilgan. Grafik donor va akseptor

markazlari konsentratsiyasining qatlam ichida bir xil emasligini ko'rsatadi. Bunday notekis taqsimot yarimo'tkazgich qatlamida potensial gradient va ichki elektr maydon hosil bo'lishiga sabab bo'ladi.

Donor markazlar konsentratsiyasining yuqori bo'lishi erkin elektronlar sonining ortishiga olib keladi. Akseptor markazlar esa kompensatsion nuqsonlar va rekombinatsiya kanallari sifatida qaraladi. Donor va akseptor markazlar o'rtasidagi muvozanat zaryad tashuvchilarning yashash vaqti, harakatchanligi hamda fotokatalitik reaksiyalarda ishtirok etish ehtimolini belgilaydi [14,15].

Kirishma konsentratsiyasi ortib ketganda kristall panjarada qo'shimcha nuqsonlar, lokal buzilishlar va rekombinatsiya markazlari paydo bo'lishi mumkin. Bunday holatda elektron-kovak juftlarining yashash vaqti qisqaradi, bu esa fotokatalitik faollikni pasaytiradi. Shuning uchun ZnO:Al nanostrukturalarida Al konsentratsiyasining optimal qiymatini tanlash muhim ilmiy va texnologik masala hisoblanadi [14,15].



3-rasm. ZnO:Al nanostrukturasiida donor va akseptor konsentratsiyasining chuqurlik bo'yicha taqsimoti (COMSOL model natijasi).

3.4. Optik xossalar va Burshteyn-Moss siljishining tahlili

ZnO:Al nanostrukturalarining optik xossalari Al legirlash natijasida elektron konsentratsiyasi, nuqson sathlari va sirt holatlarining o'zgarishi bilan belgilanadi. Adabiyotlarda Al kirishma atomlari kiritilganda optik yutilish chegarasining qisqa to'lqinlar tomon siljishi va effektiv taqiqlangan soha kenligi

qiymatining ortishi Burshteyn-Moss effekti bilan bog'lanadi [9-12].

Burshteyn-Moss siljishi o'tkazuvchanlik sohasining quyi energetik sathlari elektronlar bilan band bo'lib qolishi natijasida yuzaga keladi. Bunday sharoitda valent sohadan elektron o'tkazuvchanlik sohasiga optik o'tishi band bo'lmagan yuqoriroq energetik sathlarga o'tishi bilan sodir bo'ladi. Natijada optik yutilish chegarasi yuqoriroq energiyaga siljiydi [11,12].

Biroq fotokatalitik samaradorlik faqat taqiqlangan soha kenligi kengayishi bilan belgilanmaydi. ZnO:Al tizimida zaryad tashuvchilar ajralishi, sirtga ko'chishi nuqsonlarning rekombinatsiya markazi sifatidagi roli va sirt reaksiyalari ham muhimdir. Al atomlari kiritilgan ZnO nanozarralar bo'yicha tadqiqotlarda fotokatalitik faollik nuqsonlar va morfologiya bilan bevosita bog'liq ekani ko'rsatilgan [14,15].

Shu bois model natijalari Burshteyn-Moss siljishini ZnO:Al ning fotokatalitik xossalarga bevosita yagona sabab sifatida emas, balki elektron harakati, ichki elektr maydon va rekombinatsiya jarayonlari bilan birgalikda tahlil qilinadigan omil sifatida ko'rsatadi.

IV.Xulosa

Ushbu ishda ZnO nanostrukturalarining fotokatalitik xossalari COMSOL Multiphysics yordamida modellashtirildi. Natijalar Al legirlash donor markazlar konsentratsiyasini oshirib, Fermi darajasining o'tkazuvchanlik sohasi tomon siljishi va Burshteyn-Moss effektining yuzaga kelishiga sabab bo'lishini ko'rsatdi. Elektr maydon va donor-akseptor konsentratsiyasi taqsimoti zaryad tashuvchilar ajralishini kuchaytirishi hamda rekombinatsiyani kamaytirishi mumkinligi aniqlandi.

Optik sezgirlik tahlili 700–750 nm oralig'ida maksimal qiymat kuzatilishini ko'rsatdi, bu esa zaryad tashuvchilar hosil bo'lishi va yig'ilish samaradorligi yuqori bo'lishi mumkinligini bildiradi. Olingan natijalar optimal Al legirlash ZnO asosidagi fotokatalizatorlarning vodorod ishlab chiqarish samaradorligini oshirish uchun muhim omil ekanligini ko'rsatadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1] Fujishima A., Honda K. Electrochemical photolysis of water at a semiconductor electrode. *Nature*, 1972, 238, 37-38. doi: 10.1038/238037a0.
- [2] Maeda K., Domen K. Photocatalytic water splitting: Recent progress and future challenges. *Journal of Physical Chemistry Letters*, 2010, 1, 2655-2661. doi: 10.1021/jz1007966.
- [3] Dagareh M.I., Hafeez H.Y., Mohammed J., Kafadi A.D.G., Suleiman A.B., Ndikilar C.E. Current trends and future perspectives on ZnO-based materials for robust and stable solar fuel (H₂) generation. *Chemical Physics Impact*, 2024, 9, 100774. doi: 10.1016/j.chphi.2024.100774.
- [4] Zayed M., Ghanem M.A., Taha M., Elsayed H.A., Mehaney A., Shaban M., Mohammed K.M.H., Ahmed A.M. Enhancing the hydrogen photo-production using zinc oxide films doped with iron, tin, and aluminum. *Journal of Saudi Chemical Society*, 2023, 27, 101750. doi: 10.1016/j.jscs.2023.101750.
- [5] Bilal A.S.S., Khan M.U.A., Banik N. et al. Dual-doped ZnO nanocomposites for superior photocatalytic hydrogen generation. *Journal of Materials Science: Materials in Engineering*, 2025, 20, 104. doi: 10.1186/s40712-025-00327-3.
- [6] Girish Y.R., Udayabhanu, Byrappa N.M., Alnaggar G., Hezam A., Nagaraju G., Pramoda K., Byrappa K. Rapid and facile synthesis of Z-scheme ZnO/g-C₃N₄ heterostructure as efficient visible light-driven photocatalysts for dye degradation and hydrogen evolution reaction. *Journal of Hazardous Materials Advances*, 2023, 9, 100230. doi: 10.1016/j.hazadv.2023.100230.
- [7] Jafarzadeh A., Sheibani S. Ag-modified, Fe, and Cu-doped ZnO/g-C₃N₄ nanocomposite photocatalyst with enhanced activity toward degradation of pollutant and hydrogen evolution. *Sustainable Materials and Technologies*, 2025, 44, e01360. doi: 10.1016/j.susmat.2025.e01360.
- [8] Nadikatla S.K., Akhtar M.S., Kim D.W., Yang O.B. Review of recent developments in the

- fabrication of ZnO/CdS heterostructure photocatalysts for degradation of organic pollutants and hydrogen production. *Molecules*, 2023, 28(11), 4277. doi: 10.3390/molecules28114277.
- [9] Zhai C.-H., Zhang R.-J., Chen X., Zheng Y.-X., Wang S.-Y., Liu J., Dai N., Chen L.-Y. Effects of Al doping on the properties of ZnO thin films deposited by atomic layer deposition. *Nanoscale Research Letters*, 2016, 11, 407. doi: 10.1186/s11671-016-1625-0.
- [10] Challali F., Touam T., Bockelee V., Chauveau T., Chelouche A., Stephant N., Hamon J., Besland M.-P. Comprehensive characterization of Al-doped ZnO thin films deposited in confocal radio frequency magnetron co-sputtering. *Thin Solid Films*, 2023, 780, 139947. doi: 10.1016/j.tsf.2023.139947.
- [11] Jia J., Takasaki A., Oka N., Shigesato Y. Experimental observation on the Fermi level shift in polycrystalline Al-doped ZnO films. *Journal of Applied Physics*, 2012, 112, 013718. doi: 10.1063/1.4733969.
- [12] Saw K.G., Aznan N.M., Yam F.K., Ng S.S., Pung S.Y. New insights on the Burstein-Moss shift and taqiqlangan soha kenligi narrowing in indium-doped zinc oxide thin films. *PLOS ONE*, 2015, 10, e0141180. doi: 10.1371/journal.pone.0141180.
- [13] Lee H.H., Kim D.S., Choi J.H., Kim Y.B., Jung S.H., Sarker S., Deshpande N.G., Suh H.W., Cho H.K. Optimal n-type Al-doped ZnO overlayers for charge transport enhancement in p-type Cu₂O photocathodes. *Micromachines*, 2021, 12, 338. doi: 10.3390/mi12030338.
- [14] Piras A., Olla C., Reekmans G., Kelchtermans A.-S., De Sloovere D., Elen K., Carbonaro C.M., Fusaro L., Adriaenssens P., Hardy A. et al. Photocatalytic performance of undoped and Al-doped ZnO nanoparticles in the degradation of Rhodamine B under UV-visible light: The role of defects and morphology. *International Journal of Molecular Sciences*, 2022, 23, 15459. doi: 10.3390/ijms232415459.
- [15] Ajala F., Hamrouni A., Houas A., Lachheb H., Megna B., Palmisano L., Parrino F. The influence of Al doping on the photocatalytic activity of nanostructured ZnO: The role of adsorbed water. *Applied Surface Science*, 2018, 445, 376-382. doi: 10.1016/j.apsusc.2018.03.141.

ZnO:Al NANOKOMPOZITLARINING FOTOKATALITIK XOSSALARINI TADQIQ QILISH

A.Y.Boboyev¹, B.D.G'ulomov¹, B.A.Karimov²

¹Andijon davlat universiteti

²Andijon davlat texnika instituti

Annotatsiya. Ushbu maqolada ZnO nanokompozitlarining fotokatalitik xossalari bo'yicha adabiyotlar tahlili keltirilgan. ZnO ning tuzilmaviy, optik va elektr xossalariga Al kirishma atomlarining ta'siri ko'rib chiqilgan. Al bilan legirlash natijasida erkin elektronlar konsentratsiyasi ortishi, rekombinatsiya jarayonlarining susayishi hamda fotokatalitik samaradorlikning oshishi tahlil qilingan. Shuningdek, ZnO nanomateriallarini olish usullari, kristall tuzilishi va fotokatalitik qo'llanilish istiqbollari yoritilgan.

Kalit so'zlar: ZnO, fotokataliz, alyuminiy legirlash, nanokompozitlar, fotokatalitik faollik, optik xossalar, XRD, Burshteyn–Moss effekti.

Abstract: This paper presents a literature review on the photocatalytic properties of ZnO nanocomposites. The influence of Al dopant atoms on the structural, optical, and electrical properties of ZnO is discussed. It is shown that Al doping increases the concentration of free electrons, suppresses charge carrier recombination, and improves photocatalytic efficiency. In addition, synthesis methods, crystal structure characteristics, and potential photocatalytic applications of ZnO nanomaterials are reviewed.

Keywords: ZnO, photocatalysis, aluminum doping, nanocomposites, photocatalytic activity, optical properties, XRD, Burstein–Moss effect.

I.Kirish.

Bugungi kunda energiya resurslarining cheklanganligi, atrof-muhitning ifloslanishi hamda sanoat va qishloq xo'jaligi faoliyati natijasida hosil bo'layotgan organik chiqindilarning ko'payishi insoniyat oldiga yangi, samarali va ekologik xavfsiz texnologiyalarni ishlab chiqish vazifasini qo'yimoqda. Ushbu muammolarni bartaraf etishda fotokatalitik jarayonlarga asoslangan texnologiyalar alohida ilmiy va amaliy ahamiyat kasb etmoqda. Fotokatalizatorlarni faollashtirish uchun cheksiz energiya manbai bo'lgan quyosh nuridan foydalanish barqaror texnologiyadir[1]. Fotokataliz jarayoni yorug'lik energiyasini bevosita kimyoviy energiyaga aylantirish imkonini berib, suv va havoni tozalash, organik ifloslantiruvchi moddalarni parchalanishi, shuningdek, vodorod kabi muqobil energiya manbalarini olishda istiqbolli yo'nalish sifatida qaralmoqda.

Fotokatalitik tizimlarning samaradorligi asosan qo'llanilayotgan yarimo'tkazuvchi materiallarning fizik-kimyoviy xossalariga bog'liq bo'lib, so'nggi yillarda nanotuzilmali oksidli yarimo'tkazgichlar ushbu sohada keng miqyosda tadqiq qilinmoqda. Shular orasida rux oksidi (ZnO) nanomateriallari o'zining keng taqiqlangan sohasi, yuqori optik

o'tkazuvchanligi, kimyoviy barqarorligi hamda ekologik xavfsizligi bilan ajralib turadi. ZnO eksiton bog'lanish energiyasi taqriban ~60 meV, 3.37 eV keng taqiqlangan sohali yarimo'tkazgichdir [2,3,4,5]. Aynan shu xususiyatlari uni fotokatalitik jarayonlar uchun maqbul materialga aylantiradi. Ammo, ZnO nanomateriallarining fotokatalitik xossalari faqat ultrabinafsha nurlanish bilan cheklanishi, shuningdek, hosil bo'lgan elektron–kovak juftliklarining tez rekombinatsiyalanishi kabi muhim cheklovlar ega. Quyosh nurlanishining asosiy qismi ko'rinadigan spektrga to'g'ri kelishini hisobga olganda, ushbu cheklovlar ZnO asosidagi fotokatalizatorlarning amaliy samaradorligini pasaytiradi [6]. Shu sababli zamonaviy ilmiy tadqiqotlarda ZnO nanomateriallarini modifikatsiyalash, Al bilan legirlash orqali ularning optik xossalari va fotokatalitik samaradorligini yaxshilash, shuningdek taqiqlangan soha va fotohosil bo'lgan zaryad tashuvchilar rekombinatsiyasini boshqarish masalalariga katta e'tibor qaratilmoqda [7,8].

Mazkur yo'nalishda ZnO ni sintez qilish usullarini takomillashtirish, kirishma atomlarini kiritish hamda nanotuzilmalarning shakli va o'lchamlarini nazorat qilish orqali uning optik, tuzilmaviy va ayrim hollarda fotokatalitik

xossalarini yaxshilash mumkinligi ko'plab tadqiqotlarda ko'rsatilgan [8,9].

II. ZnO:Al yupqa plyonkalarining olinish usullar

Metalloksidli yupqa plyonkalar olishning bir qancha texnologiyalari va usullari mavjud. Zol-gel usuli ZnO yupqa plyonkalarini olishda eng keng tarqalgan kimyoviy texnologiyalardan biri hisoblanadi [9]. Ushbu usulda dastlab rux asetat va erituvchi asosida zol (kolloid eritma) tayyorlanadi, zol maxsus shkaflarda gel holatiga o'tgunicha saqlanadi, so'ngra u taglik yuzasiga sping-coating (aylantirib qoplash) yoki dip-coating (cho'ktirish) usullari orqali yotqiziladi [10,11]. Keyingi bosqichda tagliklarga o'stirilgan namunalarga issiqlik bilan ishlov beriladi. Zol-gel texnologiyasining asosiy afzalligi jarayonning soddaligi va iqtisodiy jihatdan arzonligidir. Bundan tashqari, tarkibni nazorat qilish, ya'ni kirishma atomlarini aniq nisbatda kiritish imkoniyati mavjud bo'lib, bu ZnO ning optik va elektr xossalarini boshqarishga imkon beradi. Shu bilan birga, zol-gel usulida olingan plyonkalarda nuqsonlarning yuzaga kelishi, kristallaninish darajasi yuqori bo'lgan materiallar olish uchun esa majburiy ravishda yuqori haroratli termik ishlov talab etilishi uning asosiy kamchiligi hisoblanadi [10].

Metalloksidli materiallar olishning yana bir usuli gidrotermal usul bo'lib, u ZnO nanotuzilmalarni sintez qilishda muhim o'rin egallaydi. Ushbu usulda prekursorlar suvli muhitda rekator ichida nisbatan mo'tadil haroratlarda ushlab turiladi va natijada ZnO kristallari bosqichma-bosqich hosil bo'lib o'sadi [9]. Gidrotermal jarayon ZnO ning tayoqchasimon yoki ustunsimon tuzilmalarda shakllanishini ta'minlab, aniq kristall yo'nalishga ega qatlamlar hosil qiladi. Bu usul ZnO plyonkasini iqtisodiy sintez qilish uchun eng istiqbolli jarayonlardan biri hisoblanadi, chunki u vakuum, yuqori o'stirish harorati, murakkab uskunalar, qimmatbaho metall katalizatorlar, nanoo'lchamli qolip va uzluksiz gaz yuborishni talab qilmaydi [12]. Shu bilan birga, gidrotermal usulning asosiy kamchiligi qimmat uskunalar va yuqori harorat talabidir [13].

Nanomaterilar olishning yana bir usuli magnitron purkash usuli bo'lib ZnO yupqa plyonkalarini o'stirish uchun qulay usullardan biri hisoblanadi, chunki u kristallografik yo'nalishni samarali boshqarish, taglik bilan yaxshi yopishuvini ta'minlash hamda hosil bo'lgan yupqa qatlamning yuqori zichlikka ega bo'lishiga imkon beradi [14]. Purkash — bu nishon materiali energetik zarrachalar bilan bombardimon qilinadigan jarayon bo'lib, bunda nishondan ajralib chiqqan atomlarni yupqa plyonka bilan qoplanishi kerak bo'lgan taglik yuzasiga yo'naltiriladi [15]. Ushbu usul qalinlik va tarkibni aniq nazorat qilish imkoniyati bilan ajralib turadi, bu esa optoelektron qurilmalar uchun juda muhimdir. Shuningdek qoplash tezligining pastligi va RF texnologiyasini katta yuzali qoplamalar uchun masshtablash murakkabligi muhim kamchiliklarni tashkil etadi [16].

ZnO yupqa plyonkalarini olish imkonini beruvchi yana kimyoviy bug'larni cho'ktirish (CVD) texnologiyasi ham mavjud bo'lib, bir qancha ilmiy tadqiqot ishlarida CVD usuli yordamida yuqori sifatli ZnO yupqa plyonkalarini olish mumkinligi ko'rsatilgan [17,18]. Kimyoviy bug' cho'ktirish (CVD) usuli orqali ZnO yupqa plyonkalarining o'sish mexanizmi bir necha bosqichlarni o'z ichiga oladi, jumladan, prekursor yetkazib berish, reaksiya, kristallanish markazlarining hosil bo'lishi va plyonka o'sishi hamda boshqalar [19].

ZnO asosidagi nanomaterilalar olishning yana bir usuli Ultratovushli purkash pirolizi (USP) usuli bo'lib, bu yupqa plyonkalarni katta yuzali tagliklarga o'stirish uchun istiqbolli usullardan biridir [20]. Ushbu usulda oldindan tayyorlangan eritma ultratovush tebranishlari yordamida mayda aerazol tomchilarga ajratiladi va qizdirilgan taglik yuzasiga purkaladi. Tomchilar taglik bilan to'qnashganda eritmaning parchalanishi sodir bo'lib, ZnO kristall qatlam hosil bo'ladi. USP usulining muhim afzalligi jarayonning uzluksizligi, texnologik moslashuvchanligi va sanoat miqyosida qo'llash imkoniyatidir. Qatlam qalinligi purkash vaqti va eritma konsentratsiyasi orqali samarali boshqariladi. Biroq tomchilar o'lchamining xar

hil ekanligi natijasida sirt notekisligi ortishi, shuningdek, kristall sifati vakuum texnologiyalariga nisbatan pastroq bo'lishi mumkin.

Yuqorida bayon etilgan usullar ZnO asosli nanokompozitlarning tuzilmasi, sirt morfologiyasi va kristall sifatini boshqarishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, legirlangan ZnO nanokompozitlarni sintez qilishda tanlangan texnologiya yakuniy materialning donachalar o'lchami, nuqsonlar konsentratsiyasi va sirt faolligiga bevosita ta'sir ko'rsatadi. Mazkur omillar fotokatalitik jarayonlarning samaradorligini belgilovchi asosiy mexanizmlar — zaryad tashuvchilarning hosil bo'lishi, ularning rekombinatsiyasiz ajralib qolishi hamda material sirtiga yetib borib, aktiv markazlarda reaksiyalarda ishtirok etishini ta'minlaydi.

ZnO yupqa plyonkalarining fizik xossalarini yaxshilash maqsadida bir qancha krishma atomlarini kiritish mumkin. Bular orasida Al kirishma atomlarining ZnO kristall panjarasiga kiritilishi natijasida qo'shimcha donor sathlar hosil bo'lib, elektronlar konsentratsiyasining ortishiga va zaryad tashuvchilarning rekombinatsiya ehtimolining kamayishiga olib keladi. Shu sababli, sintez usuli va texnologik parametrlarni to'g'ri tanlash ZnO:Al nanokompozitlarning fotokatalitik faolligini oshirishda hal qiluvchi ahamiyatga ega hisoblanadi.

III. ZnO:Al yupqa plyonkalarining tuzilmaviy xossalari

ZnO va Al bilan legirlangan ZnO nanomateriallarining kristall tuzilmasini aniqlashda Rentgen difraksiya (XRD) usuli qo'llaniladi. Piras va hammualliflar XRD tahlili natijasida barcha namunalar olti burchakli vurtsit kristall fazasiga mos kelishini aniqlaganlar. Ularning ta'kidlashicha, $2\theta = 31,79^\circ, 34,44^\circ, 36,28^\circ, 47,59^\circ, 56,61^\circ, 62,91^\circ, 66,41^\circ, 68,04^\circ$ va $69,17^\circ$ burchaklarda kuzatilgan difraksion cho'qqilar mos ravishda (100), (002), (101), (102), (110), (103), (200), (112) va (201) kristall tekisliklaridan hosil bo'lgan akslanishlarga tegishlidir [21]. Quyidagi Debye–Scherrer

formulasidan foydalanib, o'rtacha kristallit o'lchami D quyidagicha aniqlangan [22,23]:

$$D = \frac{0.9\lambda}{\beta \cos \theta}$$

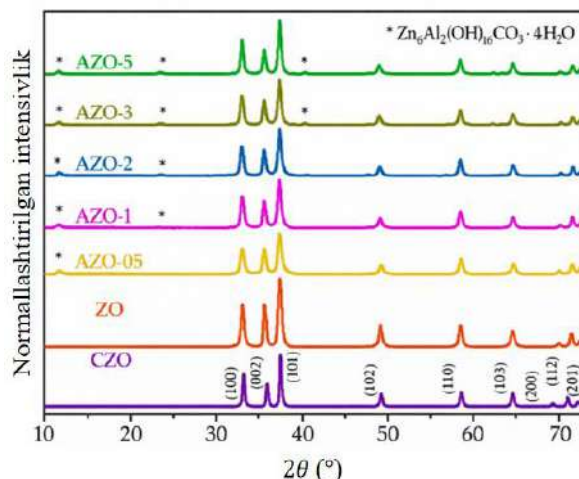
bu yerda:

D — o'rtacha kristallit o'lchami (nm),

λ — CuK α nurlanish uzunligi (1.5406 Å),

β — cho'qqining to'liq yarim kengligi (radianlarda),

θ — difraksiya burchagi.



1- rasm. Turli xil alyuminiy tarkibi bilan sintezlangan kirishmasiz ZnO va Al-kirishmali ZnO kukunlarining rentgen nurlanishi diffraksiyasi [21].

1-rasmda ZO, AZO-05 va AZO-5 namunalarining TEM tasvirlari berilgan. Unga ko'ra sintez qilingan ZnO va Al-doped ZnO nanopartikullari asosan kvazi-sferik, ya'ni deyarli sharsimon shaklga ega. O'lchamlar: ZO: o'rtacha $\approx 22 \pm 7$ nm, AZO-05: o'rtacha $\approx 23 \pm 6$ nm, AZO-5: o'rtacha $\approx 34 \pm 8$ nm, mualliflar aytishicha, Al miqdori past bo'lganda nanopartikullarning o'rtacha diametri va taqsimoti deyarli o'zgarmaydi. Ammo Al miqdori 5% ga yetganda, zarracha diametri ortadi. Bu Al miqdori yuqori bo'lganda morfologiya va zarracha o'lchami sezilarli o'zgarishini bildiradi. Al³⁺ ioni bo'sh tetraedr joylarini egallashi va tetraedr geometriyasida Zn²⁺ ionining o'rnini bosishi mumkin, bu esa o'tkazuvchanlikni yaxshilaydigan erkin elektron (zaryad tashuvchi) hosil qiladi. Xuddi shunday, interstitsial oktaedr koordinatsiyalangan joyi

Al^{3+} ioni tomonidan egallanishi mumkin. Al^{3+} ionlari oktaedr joyini egallaganida, o'tkazuvchanlik pasayadi, deb xabar beriladi [21].

IV. ZnO ning optik va elektrofizik xususiyatlari

ZnO ning optik va elektrofizik xususiyatlari uning kristall tuzilishi, nuqsonlar holati, donachalar o'lchami hamda kirishma atomlarining turi va konsentratsiyasiga bevosita bog'liqdir. Kirishmasiz ZnO keng taqiqlangan sohaga ega n-tip yarimo'tkazgich bo'lib, yorug'lik ta'sirida yuqori optik yutilish xususiyatlarini namoyon etadi. Biroq, ichki nuqsonlar va elektron–kovak rekombinatsiyasining tez amalga oshishi uning amaliy qo'llanilish samaradorligini cheklaydi.

ZnO Al bilan lehimlanganda, Al^{3+} ZnO kristall tuzilishidagi Zn^{2+} o'rnini egallaydi, natijada elektr o'tkazuvchanligiga hissa qo'shadigan yana bitta erkin elektron paydo bo'ladi [23]. Bu holat erkin elektronlar konsentratsiyasining ortishiga, elektr o'tkazuvchanlikning oshishiga olib keladi. Natijada ZnO:Al nanokompozitlarda rekombinatsiya jarayonlari susayib, fotokatalitik va optoelektron samaradorlik oshishi mumkin.

Ajili va hammualliflar Al bilan legirlash ZnO yupqa plyonkalarining elektr o'tkazuvchanligini sezilarli darajada oshirishini aniqlaganlar. Eng yaxshi elektr xossalar 2 % Al konsentratsiyasida kuzatilib, bundan yuqori konsentratsiyalarda esa elektr parametrlarining yomonlashishi qayd etilgan [23].

y (%)	ρ ($\times 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$)	N_v ($\times 10^{17} \text{ cm}^{-2}$)	N_v ($\times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$)	μ ($\text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1}$)
0	13.3	0.15	0.11	120.8
1	5.8	8.91	8.23	2.9
2	4.1	21.03	24.42	2.3
3	16.7	1.09	1.52	7.9

1-jadval. SnO_2 :F taglik ustiga cho'ktirilgan AZO yupqa qatlamlarining Hall o'lchovlari natijalari turli alyuminiy legirlash konsentratsiyalarida ($y = [\text{Al}^{3+}]/[\text{Zn}^{2+}] = 0, 1\%, 2\%$ va 3%).

1-jadvaldan ko'rinib turibdiki, alyuminiy legirlovchi qo'shimchasi AZO yupqa plyonkalarining elektr xossalariga ta'sir etuvchi eng muhim omillardan biridir. Legirlovchi qo'shimcha miqdori ortishi bilan solishtirma qarshilik keskin kamayadi va $y = 1$ hamda $y = 2$ bo'lganda mos ravishda 5.8×10^{-4} va $4.1 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$ qiymatlarni tashkil etadi, undan keyin esa yana ortadi. SnO_2 :F/shisha taglikda o'stirilgan AZO plyonkalari uchun kuzatilgan eng kichik solishtirma qarshilik qiymati, xuddi shunday 1 va 2 atom % Al bilan

legirlangan va shisha taglikda o'stirilgan plyonkalarinikiga nisbatan ancha past bo'lib, oxirgilari uchun bu qiymatlar mos ravishda $y = 1$ va $y = 2$ da 1.3 va $1.5 \Omega \cdot \text{cm}$ ni tashkil etadi [23].

V. Xulosa

Adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatdiki, Al bilan legirlangan ZnO nanokompozitlari sof ZnO ga nisbatan yaxshiroq optik, elektr va fotokatalitik xossalarga ega. Al kirishmasi erkin zaryad tashuvchilar konsentratsiyasini oshirib, elektron–kovak juftliklarining rekombinatsiyasini kamaytiradi. Natijada fotokatalitik faollik ortadi va organik

ifloslantiruvchilarni parchalash samaradorligi yaxshilanadi. Shu sababli ZnO nanokompozitlari fotokataliz, ekologik tozalash va optoelektron qurilmalarda qo'llash uchun istiqbolli materiallar hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Monfort, O.; Wu, Y. Photocatalytic Processes for Environmental Applications. *Processes* 2021, 9, 2080. <https://doi.org/10.3390/pr9112080>
2. P. A. Rodnyi and I. V. Khodyuk. Optical and Luminescence Properties of Zinc Oxide. Original text published in optics and spectroscopy. Vol. 111. No 5 2011. PP. 776-785.
3. Chen et al. Preparation of ZnO Photocatalyst for the Efficient and Rapid Photocatalytic Degradation of Azo Dyes. Chen et al. *Nanoscale Research Letters* (2017) 12:143. [DOI 10.1186/s11671-017-1904-4](https://doi.org/10.1186/s11671-017-1904-4)
4. Zhu, C.; Wang, X. Nanomaterial ZnO Synthesis and Its Photocatalytic Applications: A Review. *Nanomaterials* 2025, 15, 682. <https://doi.org/10.3390/nano15090682>
5. Alaa J. Ghazaia et al. Effect of Aluminum Doping on Zinc Oxide Thin Film Properties Synthesis by Spin Coating Method. *American Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences (ASRJETS)* (2016) Volume 26, No 3, pp 202-211
6. Ahmed, G., Saad, W. S. M., Hasaneen, M. F., Ali, H. M. (2023). Optical, structural, electrical and photocatalytic properties of aluminum doped zinc oxide nanostructures. *Optical Materials*, 140, 113880. <https://doi.org/10.1016/j.optmat.2023.113880>
7. Benamara, M., Gómez, E., Dhahri, R., Serrà, A. (2021). Enhanced photocatalytic removal of cyanotoxins by Al-doped ZnO nanoparticles with visible-LED irradiation. *Toxins*, 13(1), 66. <https://doi.org/10.3390/toxins13010066>
8. Bhapkar, A. R., Geetha, M., Jaspal, D., Gheisari, K., Laad, M., Cabibihan, J.-J., Sadasivuni, K. K. (2023). Aluminium doped ZnO nanostructures for efficient photodegradation of indigo carmine and azo carmine G in solar irradiation. *Applied Nanoscience*, 13, 5777–5793. [doi:10.1007/s13204-023-02824-3](https://doi.org/10.1007/s13204-023-02824-3)
9. Kołodziejczak-Radzimska, A., Jesionowski, T. (2014). Zinc oxide—from synthesis to application: a review. *Materials*, 7(4), 2833–2881. <https://doi.org/10.3390/ma7042833>
10. A.Y. Boboyev, B.D. Gulomov. ZnO:Al plynkalarining optik xususiyatlariga termik ishlovlarning ta'siri, Namangan davlat universiteti ilmiy axborotnomasi, 2025-10-son. 97-101 bb.
11. Zainabidinov S.Z., Gulomov B.D., Boboev A.Y., Rasulova M.B. Optimized Dip-Coater Device for Producing Metal Oxides. *Semiconductor Physics and Microelectronics*, 2022, Vol. 4, Issue 3–4, pp. 32–40.
12. Qingyang Li et al. A Facile and Flexible Approach for Large-Scale Fabrication of ZnO Nanowire Film and Its Photocatalytic Applications. *Nanomaterials* 2019, 9, 846; [doi:10.3390/nano9060846](https://doi.org/10.3390/nano9060846)
13. Miranda, Clara Tavares. (2023). Preparation, Characterization and Biological Evaluation of Hybrid Nanosystems as Wound Healing Potentiators. Master's thesis, Escola Superior de Biotecnologia, Universidade Católica Portuguesa. November 2023.
14. Vikesh Chaudhary et al. 220 keV Nitrogen ion beam induced Modification of ZnO thin films. *Applied Innovative Research*, 2022. ISSN 2581-8198, Vol. 3, Iss. 1-4.
15. Abdullahi, S. (2019). RF Sputtered Zinc Oxide (ZnO) Thin Films: A Review. *East African Scholars Multidisciplinary Bulletin*, 2(3), 75–82. <https://DOI:10.36349/easmb.2019.v02i03.004>
16. R. Nyderle et al. Deposition of ZnO Thin Films by Magnetron Sputtering of Ceramic ZnO Targets. 53rd Annual Technical Conference Proceedings, Orlando, FL April 17–22, 2010 ISSN 0737-5921
17. Zhuo Chen et al. **ZnO Thin Films Synthesized by Chemical Vapor Deposition.** 2010 IEEE Long Island Systems, Applications and Technology Conference. DOI: 10.1109/LISAT.2010.5478331

18. B. S. Li, Y. C. Liu, Z. S. Chu, D. Z. Shen, Y. M. Lu, J. Y. Zhang, and X. W. Fan. High quality ZnO thin films grown by plasma enhanced chemical vapor deposition. JOURNAL OF APPLIED PHYSICS. 2001. Vol. 91. №1. Pp. 501-505.
19. Fatema Tuz Zohora Toma et al. A review of recent advances in ZnO nanostructured thin films by various deposition techniques. Discover Materials. 2015. Vol. 5, № 60. <https://doi.org/10.1007/s43939-025-00201-1>
20. Ardekani, S. R., Aghdam, A. S. R., Nazari, M., Bayat, A., Yazdani, E., Saievar-Iranizad, E. *A Comprehensive Review on Ultrasonic Spray Pyrolysis Technique: Mechanism, Main Parameters and Applications in Condensed Matter* // Journal of Analytical and Applied Pyrolysis. – 2019. – Vol. 141. – Article 104631. – DOI: 10.1016/j.jaap.2019.104631.
21. Piras, A., Olla, C., Reekmans, G., Kelchtermans, A.-S., De Sloovere, D., Elen, K., Carbonaro, C. M., Fusaro, L., Adriaenssens, P., Hardy, A., Aprile, C., Van Bael, M. K. *Photocatalytic Performance of Undoped and Al-Doped ZnO Nanoparticles in the Degradation of Rhodamine B under UV-Visible Light: The Role of Defects and Morphology* // International Journal of Molecular Sciences. – 2022. – Vol. 23, No. 24. – Article 15459. – DOI: 10.3390/ijms232415459.
22. Berestok, T.O., Kurbatov, D.I., Opanasyuk, N.M., Manzhos, O.P., Danilchenko, S.M. *Structural Properties of ZnO Thin Films Obtained by Chemical Bath Deposition Technique* // Proceedings of the International Conference Nanomaterials: Applications and Properties. – 2012. – Vol. 1, No. 3. – 03TF20 (4 pp).
23. Ajili, M., Jebbari, N., Kamoun Turki, N., Castagné, M. *Effect of Al-Doped on Physical Properties of ZnO Thin Films Grown by Spray Pyrolysis on SnO₂:F/Glass* // EPJ Web of Conferences. – 2012. – Vol. 29. – Article 00002. – DOI: 10.1051/epjconf/20122900002.

Nostatsionar quyosh nurlanishi sharoitida fototermoelektrik modullarning energiya samaradorligini tadqiq etish uchun eksperimental qurilmani ishlab chiqish va modellashtirish

A.M. Kasimaxunova, Q.Sh. Mamarasulov

¹ Fergana State Technical University, 86 Fergana Street, Fergana 150100, Uzbekistan, kasimahunova@rambler.ru

Annotatsiya: Ushbu maqolada nostatsionar quyosh nurlanishi sharoitida fototermoelektrik modullarning energiya samaradorligini tadqiq etishga mo'ljallangan eksperimental qurilmaning konstruksiyasi, ishlash prinsipi va funksional imkoniyatlari keltirilgan. Qurilma fotoelektrik modul, termoelektrik generator, impulsli nurlanish hosil qiluvchi optik disk, qadamli dvigatel, energiya saqlash tizimi va Arduino asosidagi boshqaruv blokidan tashkil topgan. Taklif etilgan tizim yordamida impulsli quyosh nurlanishining fotoelektrik va termoelektrik o'zgartirish jarayonlariga ta'siri eksperimental ravishda tadqiq qilinadi. Qurilma dissertatsiya ishida ishlab chiqilgan matematik modellarni tekshirish, nostatsionar energetik jarayonlarni o'rganish va fototermoelektrik tizimlarning energiya samaradorligini optimallashtirish uchun mo'ljallangan. Qurilmaning asosiy mexanik elementlari Autodesk Fusion 360 dasturida uch o'lchamli modellashtirilgan bo'lib, hozirgi vaqtda uning to'liq yig'ma modeli shakllantirilmoqda.

Kalit so'zlar: fototermoelektrik modul, nostatsionar jarayonlar, impulsli quyosh nurlanishi, optik disk, fotoelektrik modul, termoelektrik generator, energiya samaradorligi.

Аннотация: В данной статье представлены конструкция, принцип работы и функциональные возможности экспериментальной установки, предназначенной для исследования энергетической эффективности фототермоэлектрических модулей в условиях нестационарного солнечного излучения. Установка состоит из фотоэлектрического модуля, термоэлектрического генератора, оптического диска, формирующего импульсное излучение, шагового двигателя, системы накопления энергии и блока управления на базе Arduino. С помощью предложенной системы экспериментально исследуется влияние импульсного солнечного излучения на процессы фотоэлектрического и термоэлектрического преобразования энергии. Установка предназначена для проверки математических моделей, разработанных в рамках диссертационного исследования, изучения нестационарных энергетических процессов и оптимизации энергетической эффективности фототермоэлектрических систем. Основные механические элементы установки были смоделированы в трёхмерном формате с использованием программного обеспечения Autodesk Fusion 360, и в настоящее время завершается формирование её полной сборочной модели.

Ключевые слова: фототермоэлектрический модуль, нестационарные процессы, импульсное солнечное излучение, оптический диск, фотоэлектрический модуль, термоэлектрический генератор, энергетическая эффективность.

I.KIRISH

So'nggi yillarda fototermoelektrik gibrid tizimlar quyosh energiyasidan foydalanish samaradorligini oshirishning istiqbolli yo'nalishlaridan biri sifatida qaralmoqda [1-3]. Fotoelektrik modullarda tushayotgan quyosh energiyasining katta qismi issiqlik energiyasiga

aylanadi va bu panel haroratining oshishiga olib keladi [4, 5]. Natijada fotoelementlarning foydali ish koeffitsienti kamayadi [6]. Mavjud tadqiqotlarning aksariyati statsionar quyosh nurlanishi sharoitlarida amalga oshirilgan bo'lib, real ekspluatatsiya jarayonida kuzatiladigan bulutlanish, atmosfera o'zgarishlari va impulsli

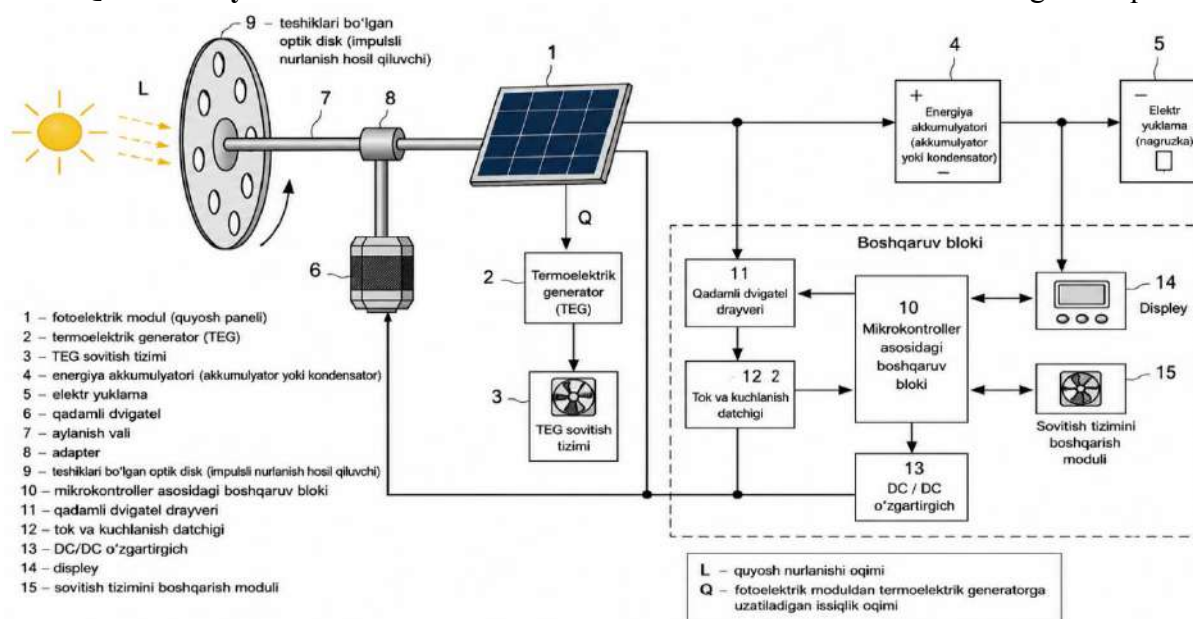
yoritilishlarning ta'siri yetarlicha o'rganilmagan [8-10]. Shu sababli dissertatsiya ishida nostatsionar muhitda ishlovchi fototermoelektrik modullarning energiya samaradorligini matematik modellashtirish va optimallashtirish masalalari tadqiq etilmoqda [11, 12]. Mazkur maqsadga erishish uchun impulsli quyosh nurlanishini hosil qiluvchi maxsus eksperimental qurilma ishlab chiqilgan [13-15].

II. Tadqiqotning dolzarbligi

Mavjud fototermoelektrik tizimlar bo'yicha olib borilgan ilmiy tadqiqotlarning asosiy qismi doimiy yoki statsionar quyosh nurlanishi sharoitlarida amalga oshirilgan. Amalda esa quyosh nurlanishi atmosfera sharoitlari, bulutlar harakati, changlanish va boshqa tashqi omillar ta'sirida vaqt bo'yicha uzluksiz o'zgarib turadi. Natijada fotoelektrik modullarda hosil bo'ladigan elektr energiyasi va termoelektrik generatorlarda yuzaga keladigan harorat gradientlari ham nostatsionar xarakterga ega bo'ladi. Shu sababli fototermoelektrik tizimlarda energiya almashinuvi jarayonlarini real sharoitlarga yaqinlashtirilgan holda tadqiq etish uchun maxsus eksperimental qurilmani yaratish zarurati yuzaga keladi.

III. TADQIQOT MATERIALLARI VA USULLARI

Qurilmani yaratish zarurati



1-rasm. Fototermoelektrik gibridd qurilmaning umumiy strukturaviy sxemasi

Dissertatsiya ishida fotoelektrik va termoelektrik modullarda yuz beradigan nostatsionar jarayonlar integral-differensial tenglamalar asosida matematik modellashtirilmoqda. Biroq matematik modelning ishonchligini baholash uchun eksperimental ma'lumotlar talab etiladi. Mazkur maqsadga impulsli quyosh nurlanishini hosil qiluvchi eksperimental stand ishlab chiqildi. Qurilma yordamida laboratoriya sharoitida turli chastota va davomiylikdagi yoritish impulslarini hosil qilish hamda ular ta'sirida yuzaga keladigan energetik jarayonlarni qayd etish mumkin. Optik disk yordamida nurlanish oqimi sun'iy ravishda modulyatsiyalanadi va bu real atmosferadagi bulutlanish jarayonlarini modellashtirish imkonini beradi.

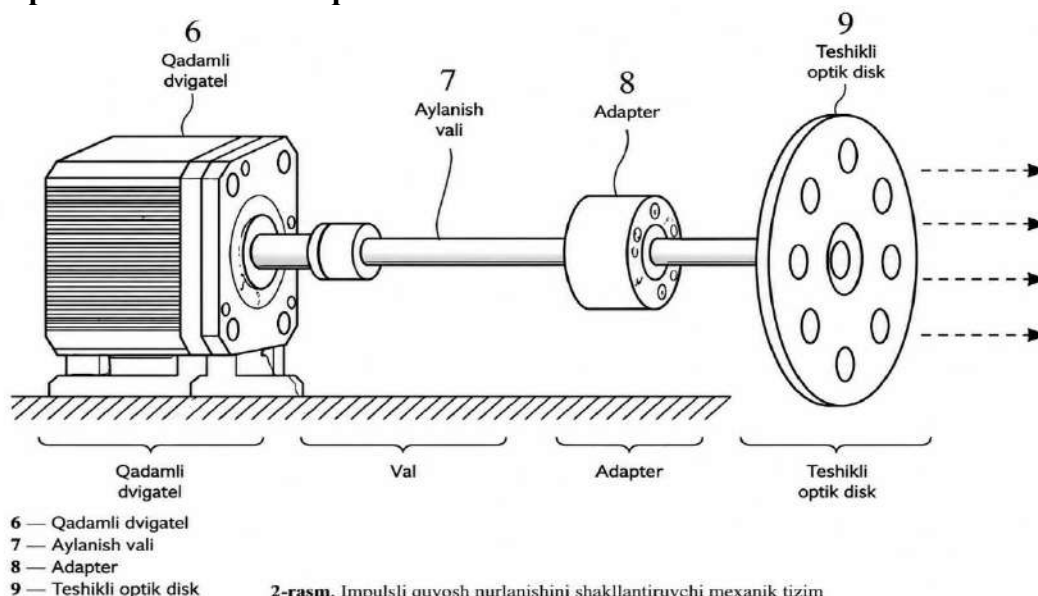
Qurilmaning umumiy tuzilishi

Taklif etilayotgan qurilma quyidagi asosiy qismlardan tashkil topgan:

- fotoelektrik modul (PV);
- termoelektrik generator (TEG);
- alyuminiy issiqlik tarqatuvchi plastina;
- radiator;
- sovitish ventilyatori;
- energiya akkumulyatori;
- qadamli dvigatel;
- optik disk;
- Arduino UNO asosidagi boshqaruv bloki.

Rasmda impulsli quyosh nurlanishini hosil qiluvchi optik disk, fotoelektrik modul, termoelektrik generator, energiya saqlash tizimi va boshqaruv blokidan tashkil topgan eksperimental qurilmaning umumiy strukturasi keltirilgan.

Impulsli nurlanish hosil qilish mexanizmi

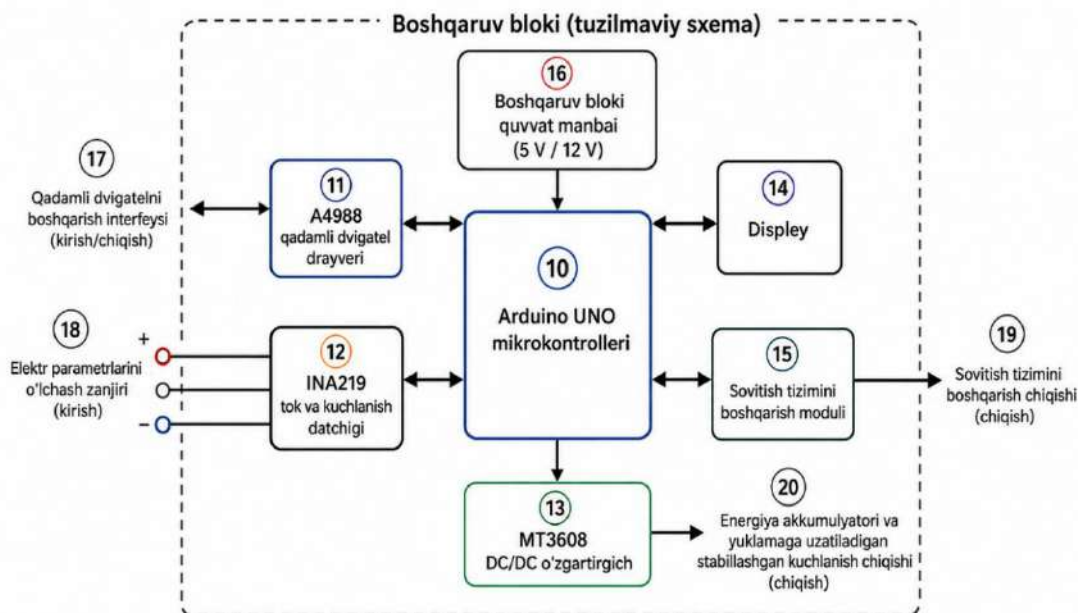


2-rasm. Impulsli quyosh nurlanishini shakllantiruvchi mexanik tizim

2-rasm. Impulsli quyosh nurlanishini shakllantirish mexanik tizimi

Rasmda impulsli nurlanish hosil qiluvchi mexanik tizim ko'rsatilgan. Tizim qadamli dvigatel, val, adapter va optik diskdan iborat. Disk aylanish jarayonida quyosh oqimi ma'lum vaqt oralig'ida uzilib-tiklanib turadi. Natijada PV

modulga tushuvchi nurlanish sinusoidal bo'lmagan impulsli ko'rinishga ega bo'ladi. Mazkur yechim real atmosferadagi bulutlanish va nurlanish o'zgarishlarini laboratoriya sharoitida modellashtirish imkonini beradi.



3-rasm. Qurilmaning boshqaruv bloki sxemasi

Rasmda Arduino UNO mikrokontrolleri asosida qurilgan boshqaruv tizimi ko'rsatilgan.

Tizim tarkibiga:

- A4988 drayver;
- INA219 tok va kuchlanish sensori;
- MT3608 DC/DC konvertor;
- display;
- sovitish boshqaruv moduli kiritilgan.

Mazkur blok yordamida:

- disk aylanish tezligi;
- impuls chastotasi;
- tok va kuchlanish;
- harorat parametrlari

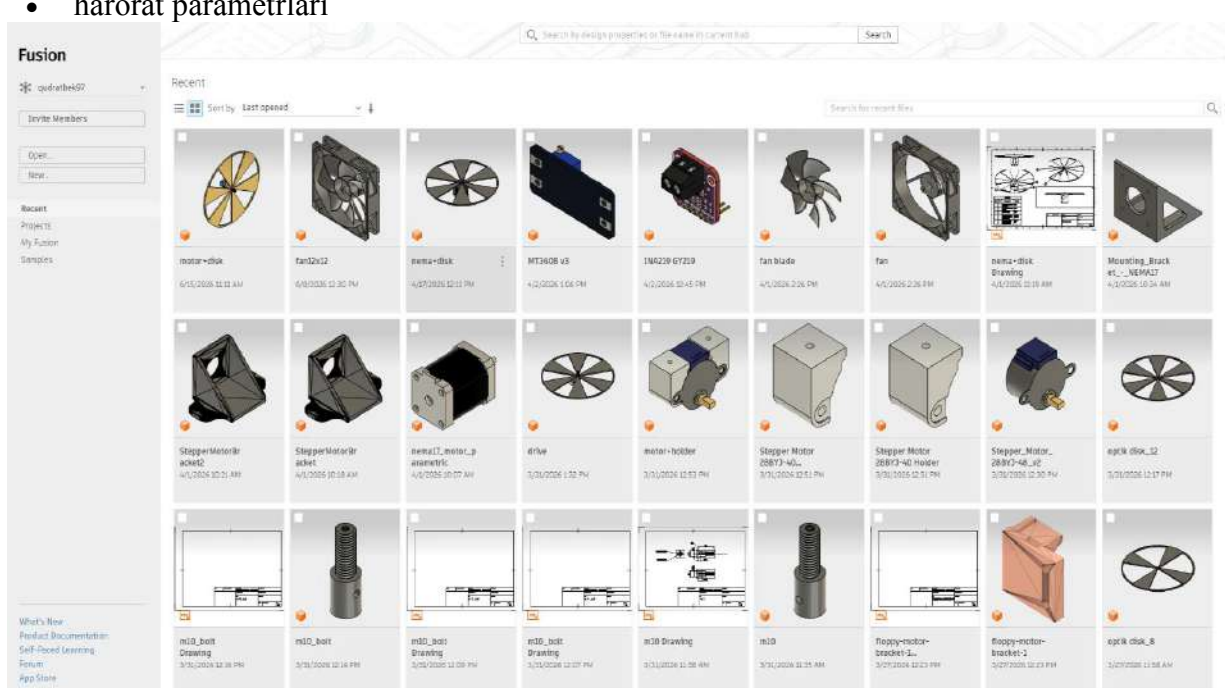
real vaqt rejimida nazorat qilinadi.

Fusion 360 dasturida modellash

Qurilmaning mexanik qismlarini loyihalash uchun Autodesk Fusion 360 dasturidan foydalanildi.

Fusion 360 muhitida:

- optik disk;
- step motor kronshteyni;
- val va adapter;
- radiator;
- ventilyator;
- yig'ma konstruktsiya uch o'lchamli modellash tirildi.



4-rasm. Fusion 360 muhitida qurilma elementlarining 3D modellari

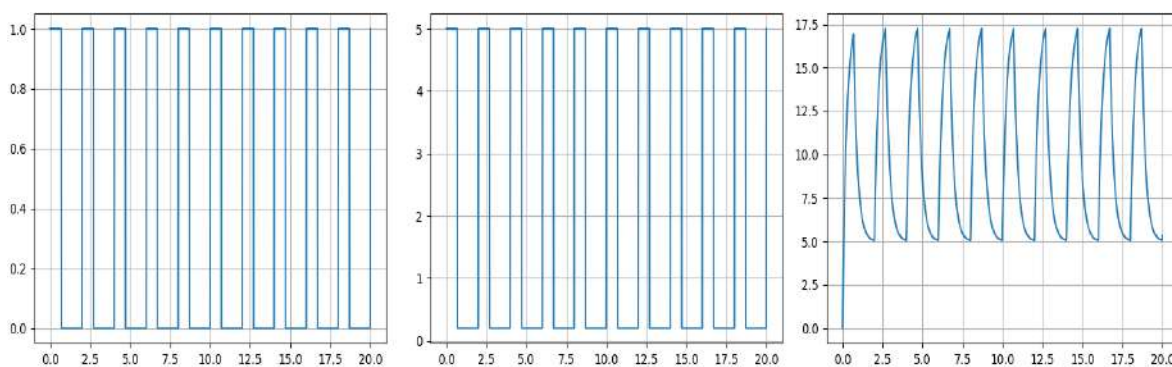
Rasmda eksperimental qurilma elementlarining Fusion 360 muhitida yaratilgan uch o'lchamli modellari ko'rsatilgan.

Loyihalash jarayonida optik diskning bir necha variantlari, qadamli dvigatel kronshteynlari, radiator va elektron modullar modellari ishlab chiqilgan.

Hozirgi vaqtda qurilmaning to'liq yig'ma 3D modeli shakllantirilmogda.

IV. NATIJALAR

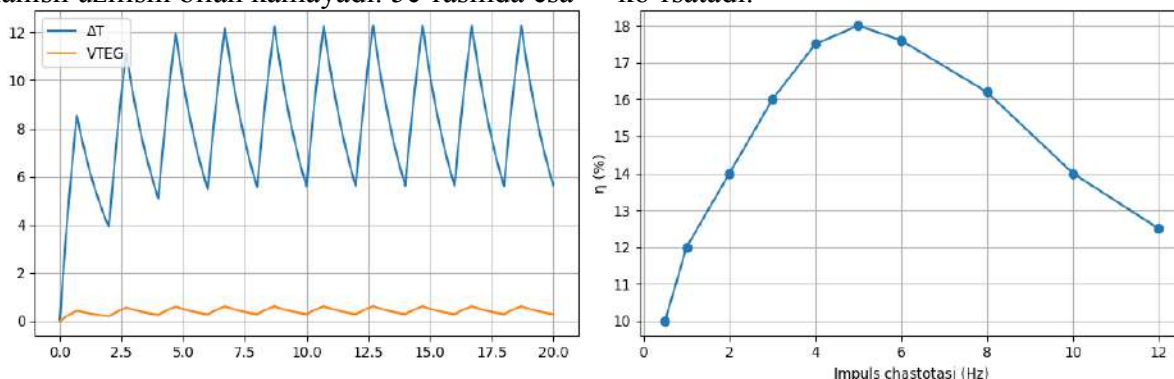
Taklif etilgan fototermoelektrik gibril qurilmaning ishlash prinsipi impulsli quyosh nurlanishi sharoitida fotoelektrik va termoelektrik o'zgartirish jarayonlarining dinamik xususiyatlarini o'rganishga asoslangan. Optik disk yordamida hosil qilingan impulsli yoritish ta'sirida tizimning asosiy energetik parametrlari vaqt bo'yicha tahlil qilindi.



5-rasm. Impulsli quyosh nurlanishi ta'sirida fotoelektrik modulning elektr parametrlarining vaqt bo'yicha o'zgarishi

Rasmda impulsli quyosh nurlanishi va fotoelektrik modulning elektr javobi keltirilgan. 5a-rasmda optik disk yordamida hosil qilingan impulsli nurlanishning vaqt bo'yicha o'zgarishi tasvirlangan. 5b-rasmdan ko'rinib turibdiki, nurlanish impulsi paydo bo'lishi bilan fotoelektrik modul toki keskin ortadi va nurlanish uzilishi bilan kamayadi. 5c-rasmda esa

fotoelektrik modul kuchlanishining o'zgarishi ko'rsatilgan bo'lib, kuchlanish tokka nisbatan silliqroq xarakterga ega ekanligi kuzatiladi. Olingan natijalar fotoelektrik modulning impulsli yoritishga tez javob berishini va uning chiqish parametrlari nurlanish intensivligining vaqt bo'yicha o'zgarishiga bevosita bog'liqligini ko'rsatadi.



6-rasm. Fototermoelektrik tizimning termoelektrik javobi va energiya samaradorligining impuls chastotasiga bog'liqligi

Rasmda termoelektrik generatorning dinamik javobi va tizim energiya samaradorligining impuls chastotasiga bog'liqligi keltirilgan. 6a-rasmdan ko'rinadiki, termoelektrik generatorning chiqish parametrlari fotoelektrik modulga nisbatan ma'lum vaqt kechikishi bilan shakllanadi. Bu holat termoelektrik tizimning issiqlik inertsia xususiyati bilan izohlanadi. 6b-rasmda energiya samaradorligining impuls chastotasiga bog'liqligi ko'rsatilgan. Natijalarga ko'ra impuls chastotasi ortishi bilan energiya samaradorligi ham ortib boradi va ma'lum optimal qiymatga erishadi. Hisoblash natijalarida maksimal samaradorlik taxminan 18 % ni tashkil etdi. Impuls chastotasi bundan yuqori

qiymatlarga oshirilganda esa samaradorlikning pasayishi kuzatiladi. Olingan natijalar impulsli quyosh nurlanishi sharoitida fototermoelektrik tizimlarning ishlash rejimlarini optimallashtirish mumkinligini ko'rsatadi. Shuningdek, ishlab chiqilgan qurilma dissertatsiya ishida taklif etilgan matematik modellarni eksperimental tekshirish va nostatsionar energetik jarayonlarni tadqiq etish uchun samarali vosita bo'lib xizmat qiladi.

Natijalarning ilmiy va amaliy ahamiyati

Olingan natijalar nostatsionar quyosh nurlanishi sharoitida fototermoelektrik modullarda yuz beradigan energetik jarayonlarni

chuqurroq o'rganish imkonini beradi. Ishlab chiqilgan eksperimental qurilma yordamida dissertatsiya ishida taklif etilgan matematik modellarni verifikatsiya qilish, impulsli yoritishning fotoelektrik va termoelektrik o'zgartirish jarayonlariga ta'sirini baholash hamda optimal ishlash rejimlarini aniqlash mumkin.

V.MUHOKAMA

Ishlab chiqilgan eksperimental qurilmaning asosiy afzalligi shundaki, u fototermoelektrik tizimlarda nostatsionar energetik jarayonlarni boshqariladigan laboratoriya sharoitida tadqiq etish imkonini beradi.

Qurilma yordamida:

- matematik modellarni verifikatsiya qilish;
- impulsli nurlanishning energetik samaradorlikka ta'sirini aniqlash;
- optimal impuls chastotasini tanlash;
- TEG modullarining ishlash samaradorligini baholash;
- energiya yo'qotishlarini kamaytirish usullarini ishlab chiqish;
- kelajakdagi sanoat qurilmalari uchun optimal konstruktiv yechimlarni tanlash mumkin bo'ladi.

Mazkur natijalar quyosh energiyasidan foydalanish samaradorligini oshirishga xizmat qiluvchi yangi avlod fototermoelektrik tizimlarini yaratishda muhim ilmiy-amaliy ahamiyat kasb etadi.

VI.XULOSA

Ishlab chiqilgan eksperimental qurilma nostatsionar muhitda ishlovchi fototermoelektrik modullarning energiya samaradorligini tadqiq etish uchun mo'ljallangan. Qurilmada impulsli quyosh nurlanishini hosil qiluvchi optik disk, PV modul, TEG generator va Arduino asosidagi boshqaruv tizimi qo'llanilgan. Fusion 360 muhitida qurilmaning asosiy mexanik elementlari modellastirilgan va hozirda to'liq yig'ma 3D model shakllantirilmoqda. Mazkur qurilma dissertatsiyada ishlab chiqilgan matematik modellarni eksperimental tekshirish uchun xizmat qiladi. Olingan eksperimental natijalar dissertatsiya ishida ishlab chiqilgan nostatsionar fototermoelektrik modellarni tekshirish va

parametrlarini aniqlashtirish imkonini beradi. Shu bilan birga, impulsli quyosh nurlanishining fotoelektrik va termoelektrik o'zgartirish jarayonlariga ta'siri bo'yicha yangi eksperimental ma'lumotlar bazasini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur qurilma kelgusida energiya samaradorligi yuqori bo'lgan fototermoelektrik tizimlarni loyihalash va optimallashtirish uchun ilmiy-amaliy platforma sifatida foydalanilishi mumkin.

Adabiyotlar

1. Duffie, J. A., & Beckman, W. A. (2013). *Solar Engineering of Thermal Processes* (4th ed.). Wiley.
2. Kalogirou, S. A. (2014). *Solar Energy Engineering*. Academic Press.
3. Luque, A., & Hegedus, S. (2011). *Handbook of Photovoltaic Science and Engineering*. Wiley.
4. Green, M. A. (2022). *Solar Cells: Operating Principles*. UNSW Press.
5. Nelson, J. (2003). *The Physics of Solar Cells*. Imperial College Press.
6. Riffat, S. B., & Ma, X. (2003). Thermoelectrics: A review. *Applied Thermal Engineering*, 23(8), 913–935.
7. Rowe, D. M. (Ed.). (2018). *Thermoelectrics Handbook*. CRC Press.
8. Snyder, G. J., & Toberer, E. S. (2008). Complex thermoelectric materials. *Nature Materials*, 7(2), 105–114.
9. Bell, L. E. (2008). Cooling, heating, generating power. *Science*, 321(5895), 1457–1461.
10. Kraemer, D., et al. (2011). High-performance flat-panel solar thermoelectric generators. *Nature Materials*, 10(7), 532–538.
11. He, W., et al. (2015). Recent development and application of thermoelectric generator. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 41, 436–456.
12. Autodesk Inc. (2025). *Fusion 360 User Guide*. Autodesk.
13. Tickoo, S. (2024). *Autodesk Fusion 360 for Designers*. CADCIM Technologies.
14. Kurowski, P. (2023). *Engineering Analysis with Fusion 360*. SDC Publications.
15. MathWorks. (2024). *MATLAB and Simulink Documentation*. MathWorks.

A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER H – CONSTRAINTS

A.X.Akbarov

Andijan State University named after Z. M. Babur, 129, University Street, Andijan, Uzbekistan, 170100

Abstract: This paper investigates pursuit problems in linear differential games under constraints on control rates expressed through hyperbolic functions. To address the pursuit problem, a parallel approach strategy (Π -strategy) is proposed, and sufficient conditions that guarantee successful pursuit are established.

Keywords: differential game, Gronwall's inequality, pursuit, strategy, capture time.

Аннотация: В данной работе исследуются задачи преследования в линейных дифференциальных играх при ограничениях на скорости управления, заданных в виде гиперболических функций. Для решения задачи преследования предлагается стратегия параллельного сближения (Π -стратегия), а также устанавливаются достаточные условия, гарантирующие успешное преследование.

Ключевые слова: дифференциальная игра, неравенство Гронуолла, преследование, стратегия, время поимки.

I. Introduction.

The origins of pursuit–evasion problems are generally traced back to a classical problem formulated and solved in 1732 by the French mathematician and hydrographer Pierre Bouguer [20]. A more detailed historical overview is provided in the work of P. Nahin [20]. However, the systematic investigation of pursuit–evasion problems began much later, in the 1950s, largely due to the contributions of the American mathematician Rufus Isaacs.

The concept of differential games was first introduced in a series of his classified studies conducted at the RAND Corporation (USA). Subsequently, Isaacs presented his findings in a monograph [13], which includes numerous important examples of differential games. In these works, he examined such problems from the perspective of the calculus of variations and attempted to apply the Hamilton–Jacobi framework, now commonly referred to as Isaacs' method. However, it became evident that the theory of differential games is more complex than what classical methods can fully capture, and Isaacs' approach was primarily heuristic in nature. Nevertheless, the publication of his monograph [13] stimulated significant interest in this emerging field, leading to active research by both mathematicians and applied science specialists.

In early studies, differential games were analyzed under the assumption that the control functions belong to the class of bounded functions, which allowed for certain constructive approaches to modeling control processes. However, the need for a more accurate representation of real-world phenomena led to the study of differential

games with integral constraints imposed on the players' controls. Such constraints reflect limitations on resources, such as energy or material consumption, during the process. In particular, these constraints play a crucial role in the mathematical modeling of technical and engineering systems, both from theoretical and applied perspectives.

Modern differential game theory, as a framework for controlled dynamical processes, integrates fundamental aspects such as dynamics, control, conflict, information, and optimality, and represents one of the most sophisticated mathematical models of real-world processes with substantial practical significance. The foundations of this theory were laid by W. Fleming [10], A. Friedman [11], O. Hájek [12], L.S. Pontryagin [23], N.N. Krasovskii [16–17], L.A. Petrosyan [20–22], and B.N. Pshenichnii [24], each of whom proposed distinct approaches to the subject. The further development of the theory has been advanced by numerous researchers [2–8, 9–10, 14–15, 18–19, 25–30, etc.].

At present, more than a hundred monographs are devoted to differential game theory; however, only a relatively limited number of problems have been completely solved. This work focuses on pursuit problems in linear differential games and introduces several fundamental concepts, including constraints of the Gronwall type on the players' controls.

II. Main part.

Let in space R^n , the controlled player P (the Pursuer), follows another controlled player E (the Evader). Suppose x and y are

the positions of the Pursuer and the Evader respectively. We consider the differential game when motions of the players are represented by the differential equations with initial values

$$P: \dot{x} = ax + u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} = ay + v, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

correspondingly, where

$x, y, x_0, y_0, u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$; a is arbitrary; x_0 and y_0 are the initial positions of the players at the moment $t = 0$, and assume $x_0 \neq y_0$.

In the equation (1), u is the velocity vector of the Pursuer and its temporal variation must be a measurable function $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$. On this vector function, we put the constraint of type (in short, H -constraint [34])

$$|u(t)| \leq \rho e^{-kt} + k \int_0^t |u(s)| ds, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

where ρ, k are the parametric positive numbers. Denote by U_H the set of all the measurable functions $u(\cdot)$ that satisfy the constraint (3).

Similar, in the equation (2), v is the velocity vector of the Evader and its temporal variation must be a measurable function $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$. On this vector function, we put the H -constraint

$$|v(t)| \leq \sigma e^{-kt} + k \int_0^t |v(s)| ds, \quad t \geq 0, \quad (4)$$

where σ is the parametric positive number. Denote by V_H the set of all the measurable functions $v(\cdot)$ that satisfy the constraint (4).

Note that in (3) and (4) and in further constraints, as the norms of the control vectors u and v in the space $\mathbb{R}^n$, we will consider the usual Euclidean norm, i.e.

$|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$, where $u_1, u_2, \dots, u_n$ are the coordinates of the vector u in the space $\mathbb{R}^n$ and $|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$ where $v_1, v_2, \dots, v_n$ are the coordinates of the vector v in the same space $\mathbb{R}^n$.

Note that some special cases of the constraints (3), (4) describe another type constraints and they were looked into in the works of other several mathematicians. For instance, let's consider the case $k = 0$. Then we get geometric constraints and the differential games under those constraints on controls were investigated in the works [1]-[11], [14], [17]-[19].

Definition 1. Function

$$u(\cdot) = (u_1(\cdot), u_2(\cdot), \dots, u_n(\cdot))$$

$$(v(\cdot) = (v_1(\cdot), v_2(\cdot), \dots, v_n(\cdot)))$$

that fulfills the constraint (3) (the constraint (4)) is termed a control function of the Pursuer (of the Evader).

By virtue of the equations (1)-(2) each pair of $(x_0, u(\cdot))$ and $(y_0, v(\cdot))$ originate the trajectories

$$x(t) = e^{-at} \left(x_0 + \int_0^t u(\tau) e^{a\tau} d\tau \right),$$

$$y(t) = e^{-at} \left(y_0 + \int_0^t v(\tau) e^{a\tau} d\tau \right).$$

Definition 2. A function

$\mathbf{u}: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ is termed a strategy of the Pursuer if $\mathbf{u}(t, v)$ is a Lebesgue measurable function in respect to t for every fixed v and it is a Borel measurable function in respect to v for every fixed t .

Definition 3. In the pursuit game, it is said that a strategy $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t, v)$ guarantees completion of pursuit at time moment $T(\mathbf{u})$ if, for any control function $v(\cdot) \in V_H$, the equality $x(\tau) = y(\tau)$ is satisfied at some time $\tau \in [0, T(\mathbf{u})]$, where $x(t), y(t)$ are the solutions of the initial value problems

$$\dot{x} = ax + \mathbf{u}(t, v(t)), \quad x(0) = x_0, \quad (5)$$

$$\dot{y} = ay + v(t), \quad y(0) = y_0, \quad (6)$$

where $t \geq 0$ and we term the number $T(\mathbf{u})$ a guaranteed completion time of pursuit.

The following statement is used for the constraints (3), (4).

Lemma 1. (Grönwall's inequality, [25]).

If

$$|f(t)| \leq ae^{-bt} + a \int_0^t |f(s)| ds$$

is satisfied, then

$$|f(t)| \leq achkt$$

for all $t \geq 0$, where $f(t)$ is a measurable function, and a is positive number.

In accordance with Lemma 1, for $u(\cdot) \in U_H$ $v(\cdot) \in V_H$, we attain

$$|u(t)| \leq \varphi(t), \quad t \geq 0, \quad (7)$$

$$|v(t)| \leq \psi(t), \quad t \geq 0, \quad (8)$$

where

$$\varphi(t) = pchkt, \quad (9)$$

$$\psi(t) = qchkt. \quad (10)$$

In terms of the works [24, 25, 27, 28], from (7), (8), the constraints (3), (4) don't proceed. To define the notions of optimal strategies of the players and optimal completion time of pursuit, we consider two games.

The goal of the Pursuer P is to capture the Evader E , i.e. achievement of the equality $x(t) = y(t)$ (the pursuit problem) and the Evader E strives to avoid an encounter (the evasion problem), i.e., to achieve the inequality $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$, and in the opposite case, to postpone the instant of encounter as long as possible.

This paper is devoted to studying the following problems for the constraints (3), (4).

Problem 1. Solve the pursuit problem in the differential game (1)-(4).

Solution of the pursuit problem

In this part, we define the parallel approach strategy for the Pursuer and show sufficient conditions of completion of pursuit. First, we assume that the Pursuer knows a control function $v(t)$ at the current time t .

Let's introduce the expressions $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$.

Definition 4. If $\rho \geq \sigma$ is valid, then the function

$$u_H(t, v) = v - \lambda_H(t, v) \xi_0 \quad (11)$$

is called the parallel approach strategy or Π_H -strategy of the Pursuer, where

$$\lambda_H(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + \varphi^2(t) - |v|^2},$$

$$\xi_0 = z_0 / |z_0|.$$

Proposition 1. For all $(t, v) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$, the strategy (11) fulfills the equality

$$|u_H(t, v)| = \varphi(t) \quad (12)$$

during pursuit.

Proposition 2. Let $\rho \geq \sigma$ be true. Then for all $(t, v) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$, the scalar function $\lambda_H(t, v)$ is continuous, non-negative and bounded as

$$\varphi(t) - |v| \leq \lambda_H(t, v) \leq \varphi(t) + |v|. \quad (13)$$

Lemma 2. Let one of the following conditions 1) $\rho > \sigma$, $a \in (-\infty, 0) \cup (0, k)$;

$$2) \rho > \sigma + \frac{|z_0|(a^2 - k^2)}{a}, \quad a \in (k, +\infty); \text{ valid.}$$

Then for the equation

$$\Omega_H(t) = 0, \quad (14)$$

there exists only one positive root with respect to t and we express it by T_H , where

$$\Omega_H(t) = e^{at} \left[1 - \frac{\rho - \sigma}{2|z_0|} \left(\frac{e^{(k-a)t} - 1}{k - a} - \frac{e^{-(k+a)t} - 1}{k + a} \right) \right].$$

Proof. 1). Let $\rho > \sigma$ and $a \in (-\infty, 0) \cup (0, k)$. Using equation (14) we will form the function

$$1 - \frac{\rho - \sigma}{2|z_0|} \left(\frac{e^{(k-a)t} - 1}{k - a} - \frac{e^{-(k+a)t} - 1}{k + a} \right) = 0,$$

$$F_1(t) = |z_0| - \frac{\rho - \sigma}{2} \left(\frac{e^{(k-a)t} - 1}{k - a} - \frac{e^{-(k+a)t} - 1}{k + a} \right),$$

and analyze it as follows:

$$a) F_1(0) = |z_0|$$

b) The derivative of the function $F_1(t)$ equals

$$F_1'(t) = -\frac{\rho - \sigma}{2} (e^{(k-a)t} + e^{-(k+a)t}) \leq 0.$$

c) The function $F_1(t)$ is decreasing when $t \geq 0$.

d) Take the limit of the function $F_1(t)$

as $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_1(t).$$
 a) $a < 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_1(t) = -\infty$
 b) $0 < a < k \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_1(t) = -\infty$
 then there exists a positive root of the equation (14).

2) If $a \in (k, +\infty)$ and

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} F_1(t) &= |z_0| - \frac{\rho - \sigma}{2} \left(\frac{1}{k+a} + \frac{1}{a-k} \right) = \\ &= |z_0| - \frac{(\rho - \sigma)a}{a^2 - k^2} \Rightarrow \\ \rho &> \sigma + \frac{|z_0|(a^2 - k^2)}{a}, \end{aligned}$$

then there exists a positive root of the equation (14). Lemma 2 has been proved. W

Below the following statement will be proved.

Theorem. *If one of the conditions of Lemma 2 holds, then the strategy (11) guarantees completion of pursuit in the time interval $[0, T_H]$.*

Proof. Let $v(\cdot) \in V_H$ be an optional control function of the Evader. Then the Pursuer implements the strategy $u_H(t, v(t))$. On account of the equations (5), (6), we come to the unique initial value problem

$$\begin{aligned} \dot{z} - az &= u_H(t, v(t)) - v(t), \quad z(0) = z_0 \\ \text{or from (13), the last equation will be} \\ \dot{z} - az &= -\lambda_H(t, v(t)) \xi_0, \quad z(0) = z_0. \end{aligned}$$

After integrating in the interval $[0, t]$, we generate the solution

$$z(t) = \Lambda_H(t, v(\cdot)) z_0, \quad (15)$$

where

$$\Lambda(t, v(\cdot)) = e^{at} - \frac{1}{|z_0|} \int_0^t \lambda_H(s, v(s)) e^{a(t-s)} ds.$$

It is obvious that $d\Lambda_H(t, v(\cdot))/dt \leq 0$. Therefore, by means of (9), (10), (13), the following estimations might be written in turn:

$$\Lambda(t, v(\cdot)) \leq e^{at} -$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{|z_0|} \int_0^t [\varphi(s) - \psi(s)] e^{a(t-s)} ds = \\ & e^{at} \left[1 - \frac{\rho - \sigma}{2|z_0|} \left(\frac{e^{(k-a)t} - 1}{k-a} - \frac{e^{-(k+a)t} - 1}{k+a} \right) \right] = \\ & = \Omega_H(t), \end{aligned}$$

where $\Omega_H(t)$ (14) is the identical function in Lemma 2. It is known that $\Omega_H(T_H) = 0$ holds on the basis of Lemma 2. On the other hand, we have $\Lambda_H(t, v(\cdot)) \leq \Omega_H(t)$, and as a consequence, there exists some time $\theta \in [0, T_H]$ at which $\Lambda_H(\theta, v(\cdot)) = 0$ is fulfilled. Thus, from (15) it follows that $z(\theta) = 0$, and this implies $x(\theta) = y(\theta)$.

Below we present that the strategy (11) satisfies the constraint (4) in the time interval $[0, T_H]$. Let the Evader choose some arbitrary control $v(\cdot) \in V_H$. Then from (12) we may write the following:

$$\begin{aligned} |u_H(t, v(t))| &= pchkt = pe^{-kt} + pshkt = \\ &= pe^{-kt} + k \int_0^t pchks ds = \\ &= pe^{-kt} + k \int_0^t |u_H(s, v(s))| ds. \end{aligned}$$

The proof of Theorem is complete. W

REFERENCES

- [1]. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Ann. Math., 1919, 20(2): 293-296.
- [2]. Azamov A.A. About the quality problem for the games of simple pursuit with the restriction (in Russian), Serdika. Bulgarian math. spisanie, 12, 1986, - P.38-43.
- [3]. Azamov A.A., Samatov B.T. Π -Strategy. An Elementary introduction to the Theory of Differential Games. - T.: National Univ. of Uzb., 2000. - 32 p.
- [4]. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications, The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. - P.33-47.
- [6]. Azamov A.A., Kuchkarov A.Sh., Samatov B.T. The Relation between Problems of Pursuit, Controllability and Stability in the Large in Linear Systems with Different Types of Constraints, J.Appl.Maths and Mechs. - Elsevier. - Netherlands, 2007. - Vol. 71. - N 2. - P. 229-233.

- [7]. Barton J.C, Elieser C.J. On pursuit curves, J. Austral. Mat. Soc. B. - London, 2000. - Vol. 41.- N 3. - P. 358-371.
- [8]. Borovko P., Rzymowsk W., Stachura A. Evasion from many pursuers in the simple case, J. Math. Anal. And Appl. - 1988. - Vol.135. - N 1. - P. 75-80.
- [9]. Chikrii A.A. Conflict-controlled processes, Boston-London-Dordrecht: Kluwer Academ. Publ., 1997, 424 p.
- [10]. Fleming W. H. The convergence problem for differential games, J. Math. Anal. Appl. - 1961. - N 3. - P. 102-116.
- [11]. A. Friedman. Differential Games, New York: Wiley, 1971, - 350 p.
- [12]. Hajek O. Pursuit Games: An Introduction to the Theory and Appli-cations of Differential Games of Pursuit and Evasion. - NY.:Dove. Pub. 2008. - 288 p.
- [13]. Isaacs R. Differential Games, J. Wiley, New York-London-Sydney, 1965, 384 p.
- [14]. Ibragimov G.I. Collective pursuit with integral constrains on the controls of players, Siberian Advances in Mathematics, 2004, v.14, No.2, - P.13-26.
- [15]. Ibragimov G.I., Azamov A.A., Khakestari M. Solution of a linear pursuit-evasion game with integral constraints, ANZIAM Journal. Electronic Supplement. - 2010. - Vol.52. - P. E59-E75.
- [16]. Krasovskii A.N., Choi Y.S. Stochastic Control with the Leaders-Stabilizers. - Ekaterinburg: IMM Ural Branch of RAS, 2001. - 51 p.
- [17]. Krasovskii A.N., Krasovskii N.N. Control under Lack of Information. - Berlin etc.: Birkhauser, 1995. – 322, p.
- [18]. Kuchkarov A.Sh. Solution of Simple Pursuit-Evasion Problem When Evader Moves on a Given Curve, International Game Theory Review. - World Scientific Publishing Company, 2010. - Vol.12. - N 3, - P. 223-238.
- [19]. Miller B., Rubinovich E.Y. Impulsive Control in Continuous and Discrete-Continuous Systems. - N.Y.: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2003. - 447 p.
- [20]. Nahin P.J. Chases and Escapes: The Mathematics of Pursuit and Evasion. Princeton University Press, Princeton, 2012, - 260.
- [21]. Petrosyan L.A. About some of the family differential games at a survival in the space R^n (in Russian), Dokl. Akad. Nauk SSSR, 1965, 161, No1, -P.52-54.
- [22]. Petrosyan L.A. The Differential Games of pursuit (in Russian), Leningrad, LSU, 1977, - 224 p.
- [23]. Petrosyan L.A., Rikhsiev B.B. Pursuit on the plane (in Russian), Nauka, Moscow, 1991, - 96 p.
- [24]. Pontryagin L.S. "Linear Differential Pursuit Games" (in Russian), Math. Sb. [Math. USSR-Sb], 112, No.3, -P.307-330.
- [25]. Pshenichnii B.N. The simple pursuit with some objects (in Russian), Cybernetics, 1976, No.3, - P.145-146.
- [26]. Rikhsiev B.B. The differential games with simple motions (in Russian), Tashkent: Fan, 1989, - 232 p.
- [27]. Satimov N.Yu. Methods of solving of pursuit problem in differential games (in Russian), Tashkent: NUUZ, 2003, - 245 p.
- [28]. Samatov B.T. On a Pursuit-Evasion Problem under a Linear Change of the Pursuer Resource, Siberian Advances in Mathematics. – Allerton Press, Inc. Springer. - New York, 2013. V. 23. - No 4. - P. 294-302.
- [29]. Samatov B.T. The Resolving Functions Method for the Pursuit Problem with Integral Constraints on Controls, Journal of Automation and Information Sciences. - Begell House, Inc. (USA). 2013. - V. 45, No 8. - P.41-58.
- [30]. Samatov B.T. The Π -strategy in a differential game with linear control constraints, J.Appl.Maths and Mechs. - Elsevier. - Netherlands, 2014. - V. 78. - No 3. - P. 258-263.
- [31]. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Soyibboyev U.B. Evasion problem in linear differential game with Gronwall type constraint // Scientific Bulletin of Namangan State University. Namangan. 2019. No. 10, pp. 25-33.
- [32]. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Soyibboev U.B. A linear differential game with gronwall type constraint // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. Andijan. 2020. No. 2, pp. 17-26.
- [33]. Samatov B.T., Akbarov A.Kh. Differential game with a "life line" under the Grönwall constraint on controls // Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Seriya 10. Prikladnaya Matematika. Informatika. Protsessy Upravleniya, 2024, [Volume 20](#), [Issue 2](#), Pages 265–280.
- [34]. Akbarov A.Kh. Differential games with H -constraints on the controls // Bulletin of the Institute of Mathematics. Tashkent. 2023. Vol. 6, No. 1, pp. 8-16.

Mualliflar haqida ma'lumot

Adaxambek Akbarov – f.-m.f.b.f.d., (PhD) Andijon davlat universiteti. Tel.: +99893-252-63-73; E-mail: akbarov.adhambek@bk.ru.

CHEKLI SOHADAN CHEKSIZ SOHAGA O'TISHDA KASR TARTIBLI BUZILUVCHI TENGLAMALAR UCHUN BRIDGING TEOREMASI

Eshondedayev Faxriddin Jaxongir o'g'li

University of Business and Science

Annotatsiya: Maskur maqolada vaqt bo'yicha Kaputo kasr tartibli hosilaga ega bo'lgan buziluvchi parabolalik tipdagi tenglamalar uchun chekli sohalaridan cheksiz sohaga o'tishning yagona nazariy sxemasi ishlab chiqiladi. Amaliyotda mavjud ishlarning aksariyati yoki $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ chekli holda, yoki to'g'ridan-to'g'ri $\mathbb{R}^n$ da o'rganiladi ushbu maqola esa $\Omega_R \uparrow \mathbb{R}^n$ limitida yechimlar, energiya baholari va spektral obyektlarning bir xil (uniform) saqlanishini bir teorema doirasida birlashtiradi. Asosiy yangi natija sifatida "Bridging teoremasi" isbotlanadi, mos og'irlikli funksional fazolarda $\mathbb{R}$ ga bog'liq bo'lmagan priori baholar olinadi, cheklangan sohalaridagi kuchsiz yechimlar ketma-ketligidan butun fazodagi global kuchsiz yechimga o'tish ko'rsatiladi, hamda asosiy energiya funksionali uchun quyi yarim uzluksizlik orqali limit bahosi saqlanishi ko'rsatiladi. Natijalar chekli domenlarda olingan hisoblash, identifikatsiya va nazroat algoritmlarini cheksiz fazoga nazariy jihatdan asosli ravishda uzatishga xizmat qiladi. Shuningdek, maqolada potensial tadbirlar, metodning cheklovlar va kelgusi ochiq masalalar muhokama qilinadi.

Kalit so'zlar: Kaputo hosilasi, buziluvchi parabolik tipdagi tenglama, bounded-to-unbounded limit, bir xil energiya bahosi, og'irlik Sobolev fazolari.

Аннотация: В данной статье разрабатывается единая теоретическая схема перехода от ограниченных областей к неограниченной области для вырождающихся уравнений параболического типа с дробной производной Капуто по времени. На практике большинство существующих работ рассматривает либо случай ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, либо непосредственно пространство $\mathbb{R}^n$. В данной работе в рамках единой теоремы объединяется сохранение решений, энергетических оценок и спектральных объектов в пределе $\Omega_R \uparrow \mathbb{R}^n$ в равномерном смысле. В качестве основного нового результата доказывается так называемая «теорема связывания» (Bridging theorem), получаются априорные оценки, не зависящие от параметра $\mathbb{R}$, в соответствующих весовых функциональных пространствах. Показан переход от последовательности слабых решений в ограниченных областях к глобальному слабому решению во всем пространстве, а также сохранение предельной оценки для основного энергетического функционала посредством нижней полунепрерывности. Полученные результаты служат теоретическим обоснованием для переноса вычислительных, идентификационных и контрольных алгоритмов, разработанных для ограниченных областей, на неограниченные пространства. Также в статье обсуждаются потенциальные приложения, ограничения метода и открытые задачи для дальнейших исследований.

Ключевые слова: Производная Капуто, вырождающееся параболическое уравнение, предел перехода от ограниченной к неограниченной области, равномерная энергетическая оценка, весовые пространства соболева.

Abstract: This paper develops a unified theoretical framework for passing from bounded domains to the whole space for degenerate parabolic-type equations involving the Caputo fractional derivative in time. In practice, most existing works consider either bounded domains $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ or directly the whole space $\mathbb{R}^n$. In contrast, this work unifies, within a single theorem, the uniform preservation of solutions, energy estimates, and spectral objects in the limit $\Omega_R \uparrow \mathbb{R}^n$. As a main new result, a "Bridging theorem" is proved. Uniform a priori estimates independent of $\mathbb{R}$ are obtained in appropriate weighted functional spaces. It is shown that a sequence of weak solutions on bounded domains converges to a global weak solution in the whole space. Moreover, the limit energy estimate is preserved via the lower semicontinuity of the main energy functional. The results provide a rigorous theoretical foundation for extending computational, identification, and control algorithms developed on bounded domains to unbounded spaces. Potential applications, limitations of the method, and open problems for future research are also discussed.

Keywords: Caputo derivative, degenerate parabolic-type equation, bounded-to-unbounded limit, uniform energy estimate, weighted Sobolev spaces.

I. Muammo qo'yilishi

Kasr tartibli differensiol tenglamalar xotiraga ega jarayonlarni modellashtirishda muhim o'rin tutadi, anomal diffuziya, poroz muhitlar, viskoelastiklik, biologik transport va moliyaviy dinamika shular jumlasidandir. [1] Biroq amaliy modellar ko'pincha fazoda buziluvchi (degenerate) koeffitsientlarga ega bo'ladi, ya'ni elliptiklik bir xil emas:

$$0 \leq \alpha(x) \leq C(1 + |x|)^m, \quad \alpha(x) = 0 \text{ ba'zi nuqtalarda.}$$

Bu holat klassik parabolik nazariyaning ko'plab natijalarini bevosita qo'llashga to'sqinlik qiladi.[2]

-Chekli soha (Ω bounded): mavjudlik, yagonalik, regularlik va sonli sxemalar;

-Cheksiz soha ($\mathbb{R}^n$ yoki tashqi soha):
uzoq vaqt asimptotikasi, massaning tarqalishi,
dispersiyasi.

-Lekin $\Omega_R := \Omega \cap B_R$ (yoki oddiy $B_R(0)$) lar orqali $R \rightarrow \infty$ limitida “bir xil” nazariya ko‘pincha yetarli darajada formalizatsiya qilinmagan.

II. Ilmiy ishning asosiy maqsadi

Asosiy maqsad bridging teoremasi, ya’ni chekli sohadagi yechimlar oilasidan cheksiz sohadagi yechimga o‘tishda quyidagilarni bir vaqtda ta’minlash:

-R ga bog‘liq bo‘lmagan energiya baholari;

- Kuchsiz konvergenziya orqali limit yechim mavjudligi;

- Energiya funksionali va spektral quyi chegaralarning limitda saqlanishi.

Maqolaning maqsadi – shu uch elementni yagona teroremada berish va isbotlash.

- Buziluvchi- kasr tartibli model uchun og‘irlikli funksional ramka beriladi;

- R bo‘yicha uniform pirori energiya bahosi oilnadi;

- $\Omega_R \uparrow \mathbb{R}^n$ limitida global kuchsiz yechimga o‘tish isbotlanadi;

- Spektral “pastki” obyektlar (reyleigh tipi kvotient) uchun quyi yarim uzliksizlik natijasi keltiriladi;

So‘nggi yillarda kasr tartibli parabolik tenglamalar uchun chekli sohadagi yaxshi qo‘yilganlik, energiya baholari va sonli sxemalar keng o‘rganildi. Biroq ko‘pchilik ishlar Dirichlet yoki nolokal chegaraviy shartlar ostida mavjudlik hamda yagonalikni isbotlaydi.

Cheksiz soha uchun esa tadqiqotlar asosan uzoq vaqt asimptotikasi, dekey baholari va spektral xarakteristikalarini yoritadi. Biroq ushbu ikki yo‘nalish natijalarini yagona limit sxemada bog‘lovchi teoremlar kam uchraydi.

Adabiyotlarning umumiy xulosasi shundaki, $\Omega_R \uparrow \mathbb{R}^n$ o‘tishda uniform energiya nazorati hamda spektral limitni bir vaqtda saqlash dolzarb ochiq muammo bo‘lib qolmoqda. Mazkur maqola aynan shu bo‘shliqni to‘ldirishga qaratilgan.[3]

$$0 < \alpha < 1, T > 0, x \in \mathbb{R}^n$$

uchun quyidagi masalani qaraymiz:

$${}^C D_t^\alpha - u \cdot (a(x) \cdot u) + b(x)u = f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega_R \times (0, t) \quad (1)$$

chegarada $u = 0$ (Dirichlet) va boshlang‘ich shart[4]

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \Omega_R. \quad (2)$$

Bu yerda ${}^C D_t^\alpha u$ - Kaputo hosilasi:

$${}^C D_t^\alpha(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{\partial_t u(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau$$

$\alpha \in C^1(\mathbb{R}^n)$, $a(x) \geq 0$, hamda shunday og‘irlik $\omega(x) = (1 + |x|^2)^{-\sigma/2}$ ($\sigma > n$) mavjudki

$$\int_{\mathbb{R}^n} a(x) |v|^2 \omega dx < \infty$$

mos v lar uchun ta’minlanadi.

$$b \in L^\infty(\mathbb{R}^n), b(x) \geq b_0.$$

$$u_0 \in L^2_\omega(\mathbb{R}^n), f \in L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^{-1}(\mathbb{R}^n)).$$

Og‘irlikli fazolar;

$$L^2_\omega(\mathbb{R}^n) := \{v: \int_{\mathbb{R}^n} |v|^2 \omega dx < \infty\},$$

$$H_{\alpha, \omega}^1(\mathbb{R}^n) := \{v \in L^2_\omega : \int_{\mathbb{R}^n} \alpha |\nabla v|^2 \omega dx < \infty\}.$$

Zaif yechim ta’rifi

Har bir R uchun u_R ni shunday funksiya deymizki,

$$u_R \in L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^1(\Omega_R)), \quad {}^C D_t^\alpha u_R \in L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^{-1}(\Omega_R)),$$

va deyarli barcha t lar uchun

$$\langle {}^C D_t^\alpha u_R(t), \varphi \rangle + \int_{\Omega_R} \alpha |\nabla u_R|^2 \varphi \omega dx + \int_{\Omega_R} b u_R \varphi \omega dx = \langle f(t), \varphi \rangle \quad (3)$$

Har bir $\varphi \in H_{\alpha, \omega, 0}^1(\Omega_R)$ chun bajarilsin.

Asosiy isbot strategiyasi uch bosqichdan iborat:

1. Galerkin yaqinlashuv + fractional identikligi;
2. R dan mustaqil priori baholar;
3. Kompaktlik (Aubin-Lionsning moslashtirilgan variant) va diagonal limit.

Quyidagi lemma standart bo‘lib, fractional energiya metodining yadrosi hisoblanadi.

Lemma . (Fractional energiya tengsizlik). Agar $v \in H^1(0, T, L^2_\omega)$ bo‘lsa, u holda

$$\int_0^t \langle {}^c D_t^\alpha v(\tau) \rangle d\tau \geq \frac{1}{2} I_t^{1-\alpha} \|v(t)\|_{L^2_\omega}^2 - \frac{t^{1-\alpha}}{2\Gamma(2-\alpha)} \|v(0)\|_{L^2_\omega}^2,$$

Bu yerda $I_t^{1-\alpha}$ – Riemann-Liouville integral operatori

Avval chekli sohadagi yaxshi qo‘yilganlikni qayd etamiz.

Teorema. (Uniform bridging teoremasi: $\Omega_R \uparrow \mathbb{R}^n$). H1-H3 bajarilsin. $\Omega_R = B_R(0)$ va u_R -(1)-(2) masalaning kuchsiz yechimlari bo‘lsin. U holda:

(a) **(Uniform energiya bahosi)** Shunday $C_T > 0$ mavjudki, barcha $R \geq 1$ uchun

$$\sup_{t \in [0, T]} \|u_R(t)\|_{L^2_\omega(\Omega_R)}^2 + \int_0^T \int_{\Omega_R} a |\Box u_R|^2 \omega dx dt + \int_0^T \int_{\Omega_R} b |u_R|^2 \omega dx dt \leq C_T. \quad (4)$$

(b) **(Global limit yechim)** $R_k \rightarrow \infty$ qism – ketma – ketlik topilib, nol bilan davom ettirilgan[5]

$\tilde{u}_{R_k}$ lar uchun

$$\tilde{u}_{R_k} \rightharpoonup u \text{ in } L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^1(\mathbb{R}^n)),$$

$$\tilde{u}_{R_k} \rightarrow u \text{ in } L^2(0, T; L^2_\omega(\mathbb{R}^n)),$$

va u butun fazoda

$${}^c D_t^\alpha u - \nabla \cdot (a \Box u) + bu = f; \quad \mathcal{D}(\mathbb{R}^n \times (0, T)), \quad (5)$$

ni qanoatlantiradi.

(c) **(Energiyaning limitda saqlanishi)**

$$\mathcal{E}[u](t) \leq \liminf_{k \rightarrow \infty} \mathcal{E}_{R_k}[u_{R_k}](t) \quad \text{a.e. } t \in (0, T),$$

bu yerda

$$\mathcal{E}_R[v](t) := \frac{1}{2} \|v(t)\|_{L^2_\omega(\Omega_R)}^2 + \int_0^t \int_{\Omega_R} (a |\Box v|^2 + b |v|^2) \omega dx d\tau.$$

$$\lambda_1(R) := \inf_{\phi \in H_{\alpha, \omega, 0}^1(\Omega_R) \setminus \{0\}} \frac{\int_{\Omega_R} (a |\Box \phi|^2 + b |\phi|^2) \omega dx}{\int_{\Omega_R} |\phi|^2 \omega dx}$$

uchun $\lambda_1(R)$ kamayuvchi va

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \lambda_1(R) = \lambda_1(\infty) \geq 0 \quad (6)$$

mavjud.

Isbot.

Uniform energiya bahosi. (3) da test funksiya sifatida $\varphi = u_R(t)$ olinadi:

$$\langle {}^c D_t^\alpha u_R, u_R \rangle + \int_{\Omega_R} a |\Box u_R|^2 \omega dx + \int_{\Omega_R} b |u_R|^2 \omega dx = \langle f, u_R \rangle.$$

Young tengsizligi:

$$\langle f, u_R \rangle \leq \frac{1}{2\varepsilon} \|f\|_{H_{\alpha, \omega}^{-1}}^2 + \frac{\varepsilon}{2} \|u_R\|_{H_{\alpha, \omega}^1}^2.$$

ε ni mos tanlab, fractional Gronwall yordamida (4) olinadi. Bu yerda konstantalar R ga bog‘liq emas, chunki og‘irlikli norma va koeffitsient farazlar global berilgan.

Kompaktlik va qism-ketma-ketlik. (4) dan

$$\{\tilde{u}_R\}_R \text{ bounded in } L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^1(\mathbb{R}^n)) \cap L^\infty(0, T; L_\omega^2),$$

hamda tenglamadan

$$\{^c D_t^\alpha \tilde{u}_R\}_R \text{ bounded in } L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^{-1}(\mathbb{R}^n))$$

Shundan Banach-Alaoglu orqali kuchsiz limit mavjud. Diagonal tanlash yordamida barcha komplekt to'plamlarda mos limit bir xil funksiya u ga olib keladi.

Limitga o'tish. $\psi \in C_c^\infty(\mathbb{R}^n \times (0, T))$ fikr qilamiz. Katta k da $\text{supp} \psi \subset \Omega_{R_k} \times (0, T)$, shuning uchun zaif formulada ψ ni test sifatida qo'llab, $k \rightarrow \infty$ limitga o'tamiz. Chiziqli hadlar kuchsiz konvergensiya orqali o'tadi, o'ng taraf esa dual juftlikda o'tadi. Demak u butun fazoda kuchsiz yechim.[6]

Energiya quyi yarim uzluksizlikli. L^2 va konveks energiya finkSIONAL uchun standart quyi yarim uzluksizlikdan

$$\int_0^t \int_{\mathbb{R}^n} a |\Box u|^2 \omega \leq \liminf_{k \rightarrow \infty} \int_0^t \int_{\Omega_{R_k}} a |\Box u_{R_k}|^2 \omega,$$

Xuddi shunday $b|u|^2$ had uchun ham. Shuning bilan (5) kelib chiqadi.

Spektral limit. $R_1 < R_2$ da $H_{\alpha, \omega, 0}^1(\Omega_{R_1}) \subset H_{\alpha, \omega, 0}^1(\Omega_{R_2})$, shuning uchun infimum ustida $\lambda_1(R_2) \leq \lambda_1(R_1)$,

ya'ni kamayuvchanlik bor. Pastda 0 bilan chegaralanganligi sabab limit mavjud. (6) isbotlanadi.

III. Natija.

(Chekli vaqt oralig'ida barqororlik). Agar f_1, f_2 va $u_{0,1}, u_{0,2}$ ga mos yechimlar $u^{(1)}, u^{(2)}$ bo'lsa, unda

$$\sup_{t \in [0, T]} \|u^{(1)} - u^{(2)}\|_{L_\omega^2}^2 \leq C_T \left(\|u_{0,1} - u_{0,2}\|_{L_\omega^2}^2 + \|f_1 - f_2\|_{L^2(0, T; H_{\alpha, \omega}^{-1})}^2 \right).$$

(Sonli hisoblashga ko'chirish prinsipi). Agar diskret sxema Ω_R da energiya-stabil bo'lsa va stabil konstantalar R ga bog'liq bo'lmasa, u holda $R \rightarrow \infty$ limitda olinadigan yechimlar oilasi global kuchsiz yechimga moslashadi.[6-7]

Taklif etilgan teorema "bounded vs unbounded" dualizmini bitta ramkaga keltiradi. Muhimi, natija faqat mavjudlik bilan cheklanmay, energiya va spektral xossalarni ham limitda saqlaydi. Bu xossa keyingi inverse masalalar uchun zarur: agar R oshgan sari model parametrlari identi f ikatsiyasi barqoror bo'lishi kerak bo'lsa, avvalo yechimlar oilasi uniform nazorat qilinishi lozim.

IV. Amaliy ahamiyati.

Ko'plab hisoblash paketlari cheksiz sohani to'g'ridan-to'g'ri emas, balki katta kesilgan domenlar orqali yechadi. Teorema 4.2 shuni asoslaydi: agar energiya-stabillik R ga bog'liq bo'lmasa, hisoblash natijasi global fizik modelga yaqinlashadi

Ushbu ishda quyidagilar to'liq qamrab olinmadi:

- nolga kuchliroq degeneratsiya ($a(x) \sim |x|^\gamma$, katta γ) holida optimal regularlik;
- nolinear reaksiya hadlari ($|u|^{p-1}u$) bilan blow-up / global existence chegarasi;
- kuchli yechimlar uchun vaqt bo'yicha yuqori regularlik.[7]

1. Hopf tipidagi lemma va kuchli maksimum prinsipni degeneratsiya Kaputo holatida to'liq isbotlash;

2. α va $a(x)$ ni kuzatuvdan tiklash uchun bridging-inverse teoremasi;

3. nolinear tizimlarga (masalan, fractional porous medium) kengaytirish;

4. uzoq vaqt asimptotikasi uchun aniq decay rate ni topish.

V. Xulosa.

Maqolada kasr tartibli buziluvchi tenglamalar uchun chekli sohadan cheksiz sohaga o'tishning yagona nazariy modeli ishlab chiqildi. Yangi bridging theorem uch asosiy natijani beradi uniform energiya bahosi, global limit yechimning mavjudligi, energiya hamda

spektral quyi chegaralarning limitda saqlanishi.

Natijalar bounded-domain asosidagi nazariya va amaliy hisoblashlarni butun fazodagi model bilan bog'lash uchun qat'iy matematik poydevor yaratadi.

Amaliy tavsiyalar sifatida quyidagilar taklif etiladi: sonli hisoblashda radius bo'yicha $R_j =$

2^j ketma-ketligi va uniform energiya monitoringini joriy etish, inverse masalalarda parametrlarga sezgirlikni R bo'yicha alohida verifikatsiya qilish, nochiziqli modellar uchun ham xuddi shu bridging sxemani sinovdan o'tkazish.

Ushbu maqola nazariy tadqiqot bo'lib, inson yoki hayvon ishtirokidagi eksperimentlarni o'z ichiga olmaydi. Keltirilgan isbot bosqichlari funksional analizning standart vositalariga tayangan; mualliflar tomonidan yozilgan formula va lemlar asosida natijalar qayta tekshirilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1]. Podlubny, I. Fractional Differential Equations. Academic Press, 1999.
- [2]. Kilbas, A. A., Srivastava, H. M., Trujillo, J. J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Elsevier, 2006.
- [3]. Zhou, Y. Basic Theory of Fractional Differential Equations. World Scientific, 2014.
- [4]. Vázquez, J. L. The Porous Medium Equation: Mathematical Theory. Oxford Univ. Press, 2007.
- [5]. Evans, L. C. Partial Differential Equations. AMS, 2010.
- [6]. DiBenedetto, E. Degenerate Parabolic Equations. Springer, 1993.
- [7]. Samko, S., Kilbas, A., Marichev, O. Fractional Integrals and Derivatives. Gordon and Breach, 1993.
- [8]. Zeidler, E. Applied Functional Analysis. Springer, 1995.

Statistik mexanikaning ba'zi modellariga mos funksiyalarning p-adik dinamikasi va uning tadbiqlari: no-bir jinsli potts-bethe operatori uchun yangi kontraktivlik teoremasi

Eshondedayev F.J, Davlataliyeva U.U.

University of Business and Science

Annotatsiya: Mazkur maqolada p-adik statistik mexanikaning Potts tipidagi modellari paydo bo'ladigan nochiqli rekurrent operatorlar no-birjinsli (fazada o'zgaruvchi) parametrlar holida o'rganiladi. Adabiyotlarda keng yoritilgan Keliy daraxtdagi bir jinsli holatdan farqli ravishda, biz har bir avlod bo'yicha o'zgaruvchi o'zaro ta'sir koeffitsientlari mavjud bo'lgan Potts-Bethe operatorini ko'rib chiqamiz. Asosiy natija sifatida yangi kontraktivlik teoremasi isbotlanadi: Agar p-adik normadagi mos Lipschitz cheklovlar bajarilsa, operator mos yopiq sharni o'ziga akslantiradi va yagona invariant nuqtaga ega bo'ladi bu nuqta no-bir jinsli model uchun yagona p-adik Gibbs o'lchovga mos keladi. Teorema isboti ultrametrik baholar, ko'paytma-bo'linma operatorlarining no-Arhimed tahlili va Banach fiksatsiya prinsipining p-adik analogiga tayanadi. Natijada faza o'tishining yo'qligi uchun amaliy mezon beradi va sonli p-adik iteratsiya algoritmlari bilan qo'llab - quvvatlanadi.[1] Shuningdek, kam o'rganilgan yo'nalishlar no-birjinsli geometriya, amaliy indikatorlar va qo'llanma modellashtirish bo'yicha yangi tadqiqot ramkasi taklif etiladi.

Kalit so'zlar: p-adik dinamika, Potts modeli, Gibbs o'lchovi, Keliy daraxti, kontraktivlik, no-birjinsli parametrlar, statistik mexanika.

I. Kirish.

Sonngi yigirma yil ichida p-adik tahlil statistik mexanika, dinamik tizimlar va iyerarxik modellashtirishda muhim nazariy vositaga aylandi. Ayniqsa, Potts va Ising tipidagi modellar uchun p-adik Gibbs o'lchovlar, faza o'tish, periodik va no-periodik yechimlar masalalari ko'plab ishlarda o'rganilgan. Klassik yo'nalishda model odatda bir jinsli parametrlarda ($J = \text{const}$) va Ceyley daraxt kabi aniq iyerarxik geometriyada qaraladi. Bu yondashuv fundamental bo'lsa-da, amaliy tizimlarda koeffitsientlar fazoda bir xil bo'lmasligi, tashqi maydon local o'zgarishi va strukturadagi notekislik tabiiy holdir.[2-4]

Yuqoridagi adabiyotlar tahlili (p-adik Potts modeli, Potts-Bethe xaritalari, kvazi-Gibbs o'lchovlar, chaos masalalari) quyidagicha bo'shliqni ko'rsatadi no-birjinsli parametrlar Potts dinamikasida kontraktivlik va yagonalikni birlashtiruvchi umumiy va amaliy mezon yetarli darajada formalizatsiya qilinmagan. Mazkur maqola aynan shu bo'shliqni to'ldirishga qaratilgan No - bir jinsli Potts - Bethe operatori uchun p - adik shar ichida yagona invariant nuqta mavjudligini isbotlash va bu natijani Gibbs o'lchov yagonaligi bilan bog'lash.

no-birjinsli koeffitsientlar bilan berilgan rekurrent operatorning aniq funksional

yangi kontraktivlik teoremasi (asosiy teorema) va to'liq isbot beriladi;

teoremada faza o'tishning yo'qligi uchun amaliy mezon olinadi;

p-adik iteratsiya algoritmi va kichik sonli tajriba jadvali

keltiriladi.[4]

II. Muammoning qo'yilishi

P-adik statistik mexanika bo'yicha bir qator ishlarda Potts modelining Gibbs o'lchovlari, periodiklik va faza o'tish holatlari o'rganilgan. Shu bilan birga, tadqiqotlarning katta qismi:

1. bir jinsli o'zaro ta'sirlar ($J_n \equiv J$) bilan cheklangan;
2. geometriya sifatida Cayley daraxtning standart ko'rinishi bilan ishlagan;
3. mavjudlik/yagonalik natijalarini sonli amaliy indikatorlarga kam bog'langan.

Mazkur ishda biz $\{J_n\}$ ketma-ketlik bo'yicha o'zgaruvchi no-bir jinsli holni olamiz. Bu parametrlar fizik ma'noda qatlam bo'yicha heterogen muhitni ifodalaydi.

p-adik asoslar- p – toq tub son, $\mathbb{Q}_p$ - p - adik maydoni, $|\cdot|_p$ - p- adik norma. Biz quyidagi birlik shar bilan ishlaymiz:

$$B_r = \{x \in \mathbb{Q}_p : |x|_p \leq r\}, \quad 0 < r < 1.$$

Ultrametrik:

$$|x + y|_p \leq \max\{|x|_p, |y|_p\}.$$

No-bir jinsli Potts-Bethe operatori- $q \geq 2$ holati Potts modeli uchun qatlam bo'yicha xabar (message) parametrlarini $\mathbf{h}_n = (h_n^1, \dots, h_n^{q-1}) \in \mathbb{Q}_p^{q-1}$ bilan belgilaymiz. Soddalik uchun skalyar reduksiyada quyidagi operatorni qaraymiz:[4-5]

$$\Phi_{n(x)} = \left(\frac{a_{nx} + b_n}{c_{nx} + d_n} \right)^k, \quad (1)$$

bu yerda $k \in \mathbb{N}$ -daraxt tartibi, $a_n, b_n, c_n, d_n \in \mathbb{Q}_p$ no-bir jinsli koeffitsientlar.

To'liq rekurrent tizim:

$$x_n = \Phi_n(x_{n+1}), \quad n \geq 0 \quad (2)$$

Invariant rejimini topish uchun mos kompozit operator:

$$\mathcal{T}(x) = \left(\frac{A(x)}{C(x)} \right)^k, \quad (3)$$

bu yerda A, C no-birjinsli parametrlarning limit effektiv kombinatsiyalaridir. Amalda $A(x) = ax + b, C(x) = cx + d$ ko'rinishni olamiz.

Ta'rif.1. $\mathcal{T}: \mathcal{B}_r \rightarrow \mathcal{B}_r$ operatori uchun agar shunday $0 < \lambda < 1$ mavjud bo'lib,

$$|\mathcal{T}(x) - \mathcal{T}(y)|_p \leq \lambda |x - y|_p$$

Barcha $x, y \in \mathcal{B}_r$ uchun bajarilsa, operator p -adik kontraktiv deyiladi.

Teoremani isbotlash uchun quyidagi ishlar bajariladi:

1. $\mathcal{T}(\mathcal{B}_r) \subseteq \mathcal{B}_r$ invariantlik bahosi;
2. Mobius tipidagi had uchun Lipschitz chegarani ultrametrik baholash;
3. Banax fiksatsiya printsipining no-Archimed variant orqali yagonalik.

Yordamchi lemlar

Lemma 1. (Bo'linma uchun ultrametrik baho). Agar $u_i, v_i \in \mathbb{Q}_p (i = 1, 2), |v_1|_p = |v_2|_p = 1$ bo'lsa, unda [5]

$$\left| \frac{u_1}{v_1} - \frac{u_2}{v_2} \right|_p \leq \max\{|u_1 - u_2|_p, |v_1 - v_2|_p\}.$$

Isbot.

$$\frac{u_1}{v_1} - \frac{u_2}{v_2} = \frac{u_1 v_2 - u_2 v_1}{v_1 v_2}.$$

$|v_1 v_2|_p = 1$ bo'lgani uchun maxraj norma qiymatini o'zgartirmaydi. Yuqoridagi suratni $u_1 v_2 - u_2 v_1 = (u_1 - u_2)v_2 + u_2(v_2 - v_1)$ ko'rinishida yozib, ultrametriklikdan xulosa keladi.

Lemma 2. (Daraja funksiyasi uchun baho).[5-6] Agar $|x|_p \leq r, |y|_p \leq r$ va $r < 1$ bo'lsa,

$$|x^k - y^k|_p \leq |x - y|_p.$$

Isbot.

$$x^k - y^k = (x - y) \sum_{j=0}^{k-1} x^{k-1-j} y^j.$$

Har bir had normasi $\leq r^{k-1} < 1$, demak yig'indining p -adik normasi $\leq$

Teorema 1. (No-bir jinsli Potts-Bethe operatori uchun kontraktivlik va yagonalik). $\mathcal{T}$ operatori (3) bilan berilgan bo'lsin, bunda :

$$\mathcal{T}(x) = \left(\frac{ax + b}{cx + d} \right)^k,$$

va quyidagi shartlar bajarilsin:[6-7]

1. $|a|_p, |b|_p \leq r, |c|_p \leq r, |d|_p = 1, 0 < r < 1$;
2. $|ad - bc|_p \leq r$;
3. $|cx + d|_p = 1$ barcha $x \in \mathcal{B}_r$ uchun.

U holda :

1. $\mathcal{T}(\mathcal{B}_r) \subseteq \mathcal{B}_r$;
2. $\mathcal{T}$ $\mathcal{B}_r$ da kontraktiv;

3. $\mathcal{T}$ ning yagona fiks nuqtasi $x^* \in \mathcal{B}_r$ mavjud;
 4. mos Potts rekurrent tenglamasi (2) uchun yagona p -adik Gibbs holatga mos invariant yechim mavjud.

III. Isbot.

1-qadam (**invariantlik**). $x \in \mathcal{B}_r$ bo'lsin. U holda $|ax + b|_p \leq \max\{|a|_p|x|_p, |b|_p\} \leq r$.
 Shartga ko'ra $|cx + d|_p = 1$, demak

$$\left| \frac{ax + b}{cx + d} \right|_p \leq r.$$

Shundan $|\mathcal{T}(x)|_p = \left| \frac{ax+b}{cx+d} \right|_p^k \leq r^k \leq r$, ya'ni $\mathcal{T}(x) \in \mathcal{B}_r$.

2-qadam (**Lipschitz baho**). $F(x) = \frac{ax+b}{bx+d}$ deb olamiz. U holda

$$F(x) - F(y) = \frac{(ad - bc)(x - y)}{(cx + d)(cy + d)}.$$

normani olsak:

$$|F(x) - F(y)|_p = |ad - bc|_p |x - y|_p \leq r |x - y|_p,$$

chunki maxraj normasi 1 ga teng. Endi Lemma 2. dan

$$|\mathcal{T}(x) - \mathcal{T}(y)|_p = |F(x)^k - F(y)^k|_p \leq |F(x) - F(y)|_p \leq r |x - y|_p.$$

ga ega bo'lamiz, demak kontraktivlik koeffitsienti: $\lambda \leq r < 1$. Ekanligi kelib chiqadi.

3-qadam (**yagona qo'zg'almas nuqta**). $\mathcal{B}_r$ p -adik normaga nisbatan to'liq fazo.

Qo'zg'almas nuqta teoremasiga ko'ra $\mathcal{T}$ ning qo'zg'almas nuqtasi x^* mavjud. Istalgan $x_0 \in \mathcal{B}_r$ uchun $x_{n+1} = \mathcal{T}(x_n)$ ketma-ketlik x^* ga yaqinlashadi.

4-qadam (**Gibbs interpretatsiyasi**). Potts model rekurrent tenglamalari p -adik settingda chegaraviy xabarlar (boundary law) orqali Gibbs o'lchovlarni parametrlaydi. Fiks nuqta yagonaligi bu boundary law yagonaligi, u esa Gibbs holatning yagonaligini anglatadi. Shu bilan teorema to'liq isbotlandi.

Natija 1. (Faza o'tishning yo'qligi mezoni). Teorema 4.3 bajarilganda modelda translation-invariant sinfda ko'p Gibbs holat paydo bo'lmaydi, ya'ni faza o'tish kuzatilmaydi.

Isbot. Faza o'tishning oddiy mezoni-kamida ikkita ekstremal Gibbs holat mavjudligi. Teorema.1 yagona Gibbs holat beradi, shuning uchun bunday ajralish yo'q.[7]

Teoremadan kelib chiqadigan sodda iteratsiya:

$$x^{m+1} = \mathcal{T}(x^{(m)}), \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Asosiy teorema oldingi ishlardagi bir nechta cheklovlarni yumshatadi.

No-bir jinslilikni qamrab olish. Klassik bir jinsli Potts holida parametrlar doimiy bo'lsa, bu ish no-bir jinsli koeffitsientlarni ham kontraktivlik mezoni bilan tizimlar uchun ayniqsa muhim.

Dinamika va Gibbs o'lchovni bog'lash. Ko'plab ishlarda faza o'tish masalasi alohida, dinamik xarita xossalari alohida qaraladi. Bizning yondashuvda fiks nuqta yagonaligi to'g'ridan-to'g'ri Gibbs holat yagonaligiga o'tkazildi.

Amaliy qo'llanma. Taklif etilgan kriteriy model parametrlarini oldindan filtrlashga imkon beradi: agar kontraktivlik shartlari bajarilsa, modelda ko'p holatlilik kutilmaydi. Bu sonly hisoblash xarajatini kamaytiradi.

Cheklovlar. Maqolada asosan bir o'lchamli reduksiya (skalyar xabar) ko'rib chiqildi. To'liq $(q - 1)$ o'lchamli vektor holat uchun Jacobian baholari va p -adik matritsa normalari bilan kuchliroq texnika talab etiladi. Shuningdek, faza o'tishning mavjud holatlarini ham sistematik tasniflash alohida masala bo'lib qoladi.

IV. Xulosa.

Maqolada statistik mexanikaning p -adik Potts tipidagi no-bir jinsli modeli uchun yangi kontraktivlik teoremasi taklif etildi va to'liq isbotlandi. Teoreмага ko'ra operatorning mos p -adik shar ichida invariantligi, kontraktivligi va yagona fiks nuqtasi kafolatlanadi. Bu natija modelning yagona Gibbs holati mavjudligini beradi hamda faza o'tishning yo'qligi uchun aniq mezon vazifasini o'taydi.

Shu tariqa, mavzuga oid oldingi ishlarda kam yoritilgan yo'nalish- no-bir jinsli parametrlar uchun yagona va amaliy ishlatiladigan dinamik mezon – nazariy va hisoblash nuqtai nazaridan rivojlantirildi.

Adabiyotlar

- [1]. Mukhamedov F., Rozikov U. On Gibbs measures of p -adic Potts model on the Cayley

tree. *Indagationes Mathematicae*, 15(1), 2004, 85-100.

- [2]. Khakimov O.N. Existence of p -adic quasi Gibbs measure for countable state Potts model on the Cayley tree. *Journal of Inequalities and Applications*, 2012:104.
- [3]. Khakimov O.N., Mukhamedov F.M. Chaotic behavior of the p -adic Potts-Bethe mapping II. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, 2020.
- [4]. Rozikov U.A. *Gibbs Measures on Cayley Trees*. World Scientific, 2013.
- [5]. Khrennikov A.Yu. *p -Adic Valued Distributions in Mathematical Physics*. Kluwer, 1994.
- [6]. Mukhamedov F., Saburov M. On dynamics of rational p -adic functions and applications. *p -Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications*, turli sonlar.
- [7]. Ganikhodjaev N., Rozikov U., boshqalar. Statistical mechanics models on trees: phase transitions and periodic Gibbs measures, turli maqolalar.

AZAMOV INTEGRAL CHEGARALANISHI BILAN SODDA VA INERTSION HARAKATLANUVCHI O'YINCHILAR UCHUN QUVISH MASALASINI YECHISHNING BIR USULI HAQIDA

Ibaydullayev To'lanboy Tursunboyevich

Andijon davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu ishda o'yinchilarning boshqaruvlariga Azamov integral chegaralanishi qo'yilgan sodda va inertsiya harakatli o'yinchilar qatnashgan quvish o'yini qarang. Dastlab o'yinchilarning boshlang'ich tezliklari teng bo'gan hol qarang. Keyin esa boshlang'ich tezliklar turlicha bo'gan hol sodda harakatli yordamchi masala yechish orqali boshlang'ich tezliklari teng bo'gan holga keltirilgan. Quvlovchining strategiyasi aniq qurilgan, tutish vaqti ham oshkor topilgan

Kalit so'zlar: Differensial tenglamalar, Quvish masalasi, O'yinchilar, Integral chegaralanishlar

Аннотация. В данной работе рассматривается задача преследования с участием игроков, описываемых уравнениями простого и инерционного движения, на управления которых наложено интегральное ограничение Азамова. Сначала исследуется случай, когда начальные скорости игроков совпадают. Затем случай различных начальных скоростей сводится к случаю равных начальных скоростей посредством решения вспомогательной задачи для игроков с простым движением. Построена явная стратегия преследователя, а также получено точное значение времени поимки.

Ключевые слова: Дифференциальные уравнения, Задача преследования, Игроки, Интегральные ограничения

Annotation: In this work, a pursuit game involving players with simple-motion and inertial-motion dynamics subject to the Azamov integral constraint on their controls is considered. First, the case where the players' initial velocities are equal is studied. Then, the case of unequal initial velocities is reduced to the case of equal initial velocities by solving an auxiliary problem with simple-motion dynamics. An explicit strategy for the pursuer is constructed, and the pursuit time is determined in closed form.

Keywords: Differential equations, Pursuit problem, Players, Integral constraints

I. Kirish

Differensial o'yinlar nazariyasida sodda harakatli va turli chegaralanishli o'yinlar chuqur o'rganilgan [1-10]. Keyingi yillarda bunday o'yinlarni mamlakatimiz olimlari tomonidan yanada murakkabroq va ayni paytda amaliy ahamiyatga ega bo'lgan turli chegaralanishlar bilan o'rganish davom etmoqda [11-18]. Ushbu ishda yuqoridagi an'anaviy chegaralanishli o'yinlardan farq qiluvchi, fizikaviy nuqtai nazardan energiya to'ldirib boriluvchi va Azamov chegaralanishlari deb ataluvchi o'yinlarda quvish masalasi o'rganilgan. Dastlab sodda harakatli o'yin keyin esa inertsiya harakatli o'yin qarang. Inertsiya harakatli o'yin dastlab boshlang'ich tezliklar teng bo'gan holda o'rganilgan. Turli boshlang'ich tezliklarda esa parallel quvish strategiyasi (II-strategiya) ni takror qo'llab, boshlang'ich tezliklar teng bo'gan holga keltiriladi. Bunda sodda harakatli yordamchi o'yin hosil bo'ladi.

II. Masalaning qo'yilishi

1. Aytaylik R^n fazosida x boshqariluvchi obyekt y boshqariluvchi obyektни quvlayotgan bo'lsin. x orqali

quvlovchining, y orqali esa qochuvchining R^n fazosidagi holatini belgilaymiz.

Bu bo'limda quvlovchi va qochuvchining harakatlari mos ravishda quyidagi sodda dinamik sistemalar bilan ifodalangan differensial o'yinni qaraymiz:

$$\dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1.1)$$

$$\dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (1.2)$$

bu yerda, $x, y, u, v \in R^n, n \geq 1$; x_0, y_0 —obyektlarning boshlang'ich holatlari, $x_0 \neq y_0$ deb hisoblanadi, u, v —tezlik vektorlari, ular boshqaruv parametrlari bo'lib xizmat qiladi. Shu bilan birga u vektorning vaqt bo'yicha o'zgarishlari $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$ o'lchovli funksiya bo'lishi lozim. Unga quyidagi maxsus ko'rinishdagi integral chegaralanish qo'yiladi:

$$\int_{a(t)}^t |u(s)|^2 ds \leq \rho^2 \quad (1.3)$$

bu yerda $a(t)$ funksiya— $t \geq 0$ da berilgan, monoton o'suvchi, uzluksiz va $a(t) \leq t$ shartni qanoatlantiruvchi funksiya, ρ esa —biror nomanfiy son.

Shu kabi v vektorning vaqt bo'yicha o'zgarishlari $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$ o'lchovli funksiya bo'lishi lozim. Unga ham yuqoridagidek chegaralanish qo'yilgan bo'lsin:

$$\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds \leq \sigma^2 (1.4)$$

bu yerda, σ -nomanfiy son.

x obyektning maqsadi qochuvchini tutish, ya'ni chekli t vaqtda

$$x(t) = y(t)$$

tenglikka erishish, bu yerda $x(t)$, $y(t)$ – o'yin jarayonida vujudga keladigan trayektoriyalar. Qochuvchi quvlovchi bilan uchrashmaslikka harakat qiladi, buning ilojisi bo'lmagan taqdirda hech bo'lmasa uchrashish vaqtini mumkin qadar cho'zishga harakat qiladi.

(1.3) va (1.4) chegaralanishlarni birgalikda AA -chegaralanishlar deb ataladi, ularga mos (1.1) va (1.2) o'yinni esa AA -o'yin deb yuritiladi.

Quvlovchining (1.3) shartni qanoatlantiradigan $u(t)$ boshqaruv funksiyalari to'plamini joiz boshqaruvlar to'plami deb ataymiz va U_A bilan belgilaymiz. Qochuvchining (1.4) shartni qanoatlantiradigan $v(t)$ boshqaruv funksiyalari to'plamini joiz boshqaruvlar to'plami deb ataymiz va V_A bilan belgilaymiz.

1.1–ta'rif. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $u: V_A \rightarrow R^n$ akslantirishni quvlovchining strategiyasi deyiladi:

- 1) $u(v)$ funksiya $v, v \in V_A$ bo'yicha Borel ma'nosida o'lchovli bo'lsin;
- 2) $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun biror $[0, t]$ vaqt oralig'ida $u(v(\cdot)) \in U_A$ bo'lsin, bunda $u(v(\cdot))$ funksiya $u(\cdot)$ strategiyaning realizatsiyasi deyiladi.

Aytaylik $z(t) = y(t) - x(t)$, $z_0 = y_0 - x_0$.

Bundan (1.1), (1.2) sistemadan

$$\dot{z} = v - u, z(0) = y_0 - x_0$$

Koshi masalasiga kelimiz.

1.2–ta'rif. $u(v)$ strategiyani parallel quvish strategiyasi yoki qisqacha Π –strategiya deb ataymiz, agarda $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun

$$\dot{z} = v(t) - u(v(t)), z(0) = y_0 - x_0,$$

Koshi masalasining yechimi $z(t)$ ni

$$z(t) = z_0 \Theta(t, v(\cdot)), \Theta(0, v(\cdot)) = 1$$

ko'rinishda yozish mumkin bo'lsa, bunda $\Theta(t, v(\cdot))$ $t, t \geq 0$ ning skalyar funksiyasi bo'lib u odatda quvish masalasining yaqinlashish funksiyasi deyiladi.

1.3–ta'rif. Quvlovchi $[0, T]$ vaqt oralig'ida Π –strategiya yordamida yutadi deyildi agar

a) $\exists t^* \in [0, T]$ vaqt momenti topilsaki, $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun $z(t^*) = 0$ bo'lsa;

b) $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun $[0, t^*]$ da $u(v(\cdot)) \in U_A$ o'rinni bo'lsa, bunda T kafolatlangan tutish vaqti deyiladi.

1.4–ta'rif. $v^*: R^+ \rightarrow V_A$ funksiya qochuvchining strategiyasi deyiladi, agar $v^*(t)$ $t, t \geq 0$ bo'yicha Lebeg ma'nosida o'lchovli funksiya bo'lsa.

1.5–ta'rif. Qochuvchi $v^*(t) \in V_A$ strategiyani tanlab yutadi deymiz, agarda $\forall u(\cdot) \in U_A$ uchun

$$\dot{z} = v^*(t) - u(v(t)), z(0) = y_0 - x_0,$$

Koshi masalasining yechimi $z(t) \forall t \geq 0$ uchun $z(t) \neq 0$ shartni bajarsa.

1.1-teorema: Agar AA -o'yinda $\rho > \sigma$ bo'lsa, u holda o'yin quvlovchi uchun yutuqli bo'ladi. Agar $\rho \leq \sigma$ bo'lsa, u holda o'yin qochuvchi uchun yutuqli bo'ladi.

Bunda quvish masalasida (1.3), (1.4) chegaralanishlar uchun $u(t) = \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(t)$ strategiya yutuqli bo'ladi va $T = \frac{|y_0 - x_0|^2}{(\rho - \sigma)^2}$ kafolatlangan tutish vaqti bo'ladi.

Isboti. 1) Avvalo $u(t) = \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(t)$, $\vec{e} = \frac{y_0 - x_0}{|y_0 - x_0|}$ chegaralanining $0 \leq t \leq T$ oraliqda joizligini isbotlaymiz, bunda Koshi–Bunyakovskiy tengsizligini qo'llaymiz:

$$\begin{aligned} \sqrt{\int_{a(t)}^t |u(s)|^2 ds} &= \sqrt{\int_{a(t)}^t \left| \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(s) \right|^2 ds} \leq \\ &\leq \sqrt{\int_{a(t)}^t \left(\frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} |\vec{e}| + |v(s)| \right)^2 ds} \leq \\ &\leq \sqrt{\int_{a(t)}^t \left(\frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \right)^2 ds} + \sqrt{\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds} \leq \end{aligned}$$

$$\leq \sqrt{\int_0^T \left(\frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}}\right)^2 ds} + \sqrt{\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds} \leq \rho - \sigma + \sigma = \rho.$$

Endi ushbu strategiyani qo'llab o'yinni $T = \frac{|y_0 - x_0|^2}{(\rho - \sigma)^2}$ vaqtgacha yakunlashni isbotlaymiz.

Ravshanki, (1.1) va (1.2) Koshi masalalarining yechimlari mos ravishda

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s) ds, \quad y(t) = x_0 + \int_0^t v(s) ds, \quad t \geq 0$$

bo'ladi.

$$\begin{aligned} x(T) &= x_0 + \int_0^T u(s) ds = x_0 + \int_0^T \left(\frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(s)\right) ds = \\ &= x_0 + \int_0^T \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} ds \cdot \vec{e} + \int_0^T v(s) ds = \\ &= x_0 + \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} T \vec{e} + \int_0^T v(s) ds = x_0 + |y_0 - x_0| \vec{e} + \int_0^T v(s) ds = \\ &= x_0 + y_0 - x_0 + \int_0^T v(s) ds = y_0 + \int_0^T v(s) ds = y(T). \end{aligned}$$

Demak $x(T) = y(T)$ tenglikka hosil qildik va bu 1.1–1.3 – ta'riflarga ko'ra quvlovchining o'yinni yutishini bildiradi.

2) $\rho \leq \sigma$ bo'ganda esa $v(t) = u(t), t \geq 0$ deb olish qochuvchi uchun yutuqli bo'lishi ravshan.

Teorema isbotlandi.

2. Aytaylik yana R^n fazosida x boshqariluvchi obyekt y boshqariluvchi obyektни quvlayotgan bo'lsin. x orqali quvlovchining, y orqali esa qochuvchining R^n fazosidagi holatini belgilaymiz.

Mazkur bo'limda esa quvlovchi va qochuvchining harakatlari mos ravishda quyidagi ikkinchi tartibli differensial tenglamalar – dinamik sistemalar bilan ifodalangan differensial o'yin qaraymiz:

$$\ddot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \dot{x}(0) = x_1, \quad (2.1)$$

$$\ddot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \dot{y}(0) = y_1, \quad (2.2)$$

bu yerda yana, $x, y, u, v \in R^n, n \geq 1$; x_0, y_0 – obyektlarning boshlang'ich holatlari, x_1, y_1 – obyektlarning boshlang'ich tezliklari, $x_0 \neq y_0$ deb hisoblanadi, u, v – tezlanish vektorlari, ular boshqaruv parametrlari bo'lib xizmat qiladi. Shu bilan birga u vektorning vaqt bo'yicha o'zgarishlari $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$ o'lchovli funksiya bo'lishi lozim. Unga yana quyidagi Azamov integral chegaralanish qo'yiladi:

$$\int_{a(t)}^t |u(s)|^2 ds \leq \rho^2 \quad (2.3)$$

bu yerda yana $a(t) - t \geq 0$ da berilgan, monoton o'suvchi, uzluksiz va $a(t) \leq t$ shartni qanoalantiruvchi funksiya, ρ esa – biror nomanfiy son.

Shu kabi v vektorning vaqt bo'yicha o'zgarishlari $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$ o'lchovli funksiya bo'lishi lozim. Unga ham yuqoridagidek chegaralanish qo'yilgan bo'lsin:

$$\int_{a(t)}^t |v(s)|^2 ds \leq \sigma^2, \quad (2.4)$$

bu yerda, σ – berilgan nomanfiy son.

x obyektning maqsadi qochuvchini tutish, ya'ni chekli t vaqtda

$$x(t) = y(t)$$

tenglikka erishish, bu yerda $x(t)$, $y(t)$ – o'yin jarayonida vujudga keladigan trayektoriyalar. Qochuvchi quvlovchi bilan uchrashmaslikka harakat qiladi, buning ilojisi bo'lmagan taqdirda hech bo'lmasa uchrashish vaqtini mumkin qadar cho'zishga harakat qiladi.

Odatda bu o'yin inertsiya AA o'yin deyiladi. Quvlovchining (2.3) shartni qanoatlantiradigan $u(t)$ boshqaruv funksiyalari to'plamini joiz boshqaruvlar to'plami deb ataymiz va U_A bilan belgilaymiz. Qochuvchining (2.4) shartni qanoatlantiradigan $v(t)$ boshqaruv funksiyalari to'plamini joiz boshqaruvlar to'plami deb ataymiz va V_A bilan belgilaymiz.

2.1–ta'rif. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $u: V_A \rightarrow R^n$ akslantirishni quvlovchining strategiyasi deyiladi:

- 1) $u(v)$ funksiya $v, v \in V_A$ bo'yicha Borel ma'nosida o'lchovli bo'lsin;
- 2) $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun biror $[0, t]$ vaqt oralig'ida $u(v(\cdot)) \in U_A$ bo'lsin, bunda $u(v(\cdot))$ funksiya $u(\cdot)$ strategiyaning realizatsiyasi deyiladi.

$$\text{Aytaylik } z(t) = y(t) - x(t), z_0 = y_0 - x_0, \dot{z}(0) = z_1 = y_1 - x_1.$$

Bundan (2.1), (2.2) sistemadan

$$\ddot{z} = v - u, z(0) = y_0 - x_0, \dot{z}(0) = y_1 - x_1$$

Koshi masalasiga kelimiz.

2.2–ta'rif. $u(v)$ strategiyani parallel quvish strategiyasi yoki qisqacha Π –strategiya deb ataymiz, agarda $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun

$$\ddot{z} = v(t) - u(v(t)), z(0) = y_0 - x_0, \dot{z}(0) = y_1 - x_1$$

Koshi masalasining yechimi $z(t)$ ni

$$z(t) = z_0 \Theta(t, v(\cdot)), \Theta(0, v(\cdot)) = 1$$

ko'rinishda yozish mumkin bo'lsa, bunda $\Theta(t, v(\cdot))$ $t, t \geq 0$ ning skalyar funksiyasi bo'lib u odatda quvish masalasining yaqinlashish funksiyasi deyiladi.

2.3–ta'rif. Quvlovchi $[0, T]$ vaqt oralig'ida Π –strategiya yordamida yutadi deyildi agar

- a) $\exists t^* \in [0, T]$ vaqt momenti topilsaki, $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun $z(t^*) = 0$ bo'sa;
- b) $\forall v(\cdot) \in V_A$ uchun $[0, t^*]$ da $u(v(\cdot)) \in U_A$ o'rinli bo'lsa, bunda T kafolatlangan tutish vaqti deyiladi.

2.4–ta'rif. $v^*: R^+ \rightarrow V_A$ funksiya qochuvchining strategiyasi deyiladi, agar $v^*(t)$ $t, t \geq 0$ bo'yicha Lebeg ma'nosida o'lchovli funksiya bo'lsa.

2.5–ta'rif. Qochuvchi $v^*(t) \in V_A$ strategiyani tanlab yutadi deymiz, agarda $\forall u(\cdot) \in U_A$ uchun

$$\ddot{z} = v^*(t) - u(v(t)), z(0) = y_0 - x_0, \dot{z}(0) = y_1 - x_1$$

Koshi masalasining yechimi $z(t) \forall t \geq 0$ uchun $z(t) \neq 0$ shartni bajarsa.

Xususiy hol. Bunda (2.1), (2.2) masalada fizikaviy nuqtai nazardan boshlang'ich tezliklarni ifodalovchi vektorlarni teng bo'lsin deb faraz qilamiz: $x_1 = y_1$.

2.1–teorema. Agar inertsiya AA -o'yinda $\rho > \sigma$ bo'lsa, u holda o'yin quvlovchi uchun yutuqli bo'ladi. Agar $\rho \leq \sigma$ bo'lsa, u holda o'yin qochuvchi uchun yutuqli bo'ladi. Bunda quvish masalasida $u(t) = \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(t)$ strategiya yutuqli bo'ladi, kafolatlangan tutish vaqti $T =$

$$\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{\left(\frac{|y_0 - x_0|}{\rho - \sigma}\right)^2} \text{ bo'ladi.}$$

Isboti. 1) $u(t) = \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(t)$, $\vec{e} = \frac{y_0 - x_0}{|y_0 - x_0|}$ chegaralanishning joizligini birinchi bo'limda ko'rsatganmiz.

Ravshanki, (2.1) va (2.2) Koshi masalalarining yechimlari mos ravishda

$$x(t) = x_0 + tx_1 + \int_0^t (t-s)u(s) ds, y(t) = x_0 + ty_1 + \int_0^t (t-s)v(s) ds, t \geq 0$$

bo'ladi.

Endi ushbu strategiya bilan o'yinni $T = \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{\left(\frac{|y_0 - x_0|}{\rho - \sigma}\right)^2}$ vaqtgacha tugashini ko'rsatamiz:

$$\begin{aligned} x(T) &= x_0 + Tx_1 + \int_0^T (T-s)u(s) ds = \\ &= x_0 + Tx_1 + \int_0^T (T-s) \left(\frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(s) \right) ds = \\ &= x_0 + Tx_1 + \int_0^T (T-s) \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} ds \cdot \vec{e} + \int_0^T (T-s)v(s) ds = \\ &= x_0 + Tx_1 + \frac{\rho - \sigma}{\sqrt{T}} \frac{T^2}{2} \vec{e} + \int_0^T (T-s)v(s) ds = \\ &= x_0 + Tx_1 + (\rho - \sigma) \frac{\sqrt{T^3}}{2} \vec{e} + \int_0^T (T-s)v(s) ds = \\ &= x_0 + |y_0 - x_0| \vec{e} + \int_0^T (T-s)v(s) ds = \\ &= x_0 + y_0 - x_0 + Tx_1 + \int_0^T (T-s)v(s) ds = y_0 + Tx_1 + \int_0^T (T-s)v(s) ds = \\ &= y_0 + Ty_1 + \int_0^T (T-s)v(s) ds = y(T), \end{aligned}$$

ya'ni $x(T) = y(T)$ tenglikka keldik va bu ta'rifga binoan quvlovchining o'yinda yutganini bildiradi.

Qochish masalasida yana $v(t) = u(t)$, $t \geq 0$ deb olish kifoya, bunda ham $x_1 = y_1$ shart muhimki, ular teng bo'lmaganda $y_1 - x_1$ va $y_0 - x_0$ vektorlarning qarama-qarshi yo'nalishli bo'gan holini alohida tekshirib qo'yish lozim bo'ladi! Bizning ushbu maqolada maqsadimiz quvish maslasini yechish bo'lgani uchun bunga to'xtalib o'tirmadik.

Umumiy hol. Bunda (2.1), (2.2) masalada fizikaviy nuqtai nazardan boshlang'ich tezliklarni ifodalovchi vektorlarni ixtiyoriy bo'lsin deb faraz qilamiz, y'ani $x_1 \neq y_1$. Bunda quyidagicha almashtirish qilib, yordamchi masala hosil qilamiz va uni "Π-strategiya" bilan yechamiz:

$$\dot{x} = X, \dot{y} = Y$$

$$(\ddot{x} =) \dot{X} = u, \quad X(0) = x_1, \quad (2.1')$$

$$(\ddot{y} =) \dot{Y} = v, \quad Y(0) = y_1. \quad (2.2')$$

Bu (2.1'), (2.2') masalada quvlovchining maqsadi chekli T vaqtda $X(T) = Y(T)$ tenglikka erishish, bunda boshqaruv parametrlariga qo'yilgan chegaralanishlar va asosiy ta'rif va tushunchalar (1.1), (1.2) masalaga qo'yilgandek o'zgarishsiz qoladi. U holda 1.1-teoreмага asoslanib, quyidagi teoremani isbotlash mumkin:

2.2–teorema. Agar (2.1'), (2.2') o'yinda $\rho > \sigma$ bo'lsa, u holda o'yin quvlovchi uchun yutuqli bo'ladi. Bunda quvish masalasida $u(t) = \frac{\rho-\sigma}{\sqrt{T}} \vec{e} + v(t)$ strategiya yutuqli bo'ladi, kafolatlangan tutish vaqti $T = \frac{|y_1-x_1|^2}{(\rho-\sigma)^2}$ bo'ladi.

Natijada, uzog'i T vaqtdan so'ng boshlang'ich tezliklari teng bo'lgan (2.1), (2.2) ko'rinishdagi inertsiya masalaga kelamiz va uni 2.1–teoramaga asoslanib yechamiz.

Eslatma. Yuqorida olingan natijalarni qayta-qayta Π –strategiyani qo'llab quyidagi n –tartibli dinamik sistema bilan berilgan o'yinlarga ham o'tkazish mumkin:

$$x^{(n)}(0) = u, x^{(n-1)}(0) = x_{n-1}, \dots, \dot{x}(0) = x_1, x(0) = x_0;$$

$$y^{(n)}(0) = v, y^{(n-1)}(0) = y_{n-1}, \dots, \dot{y}(0) = y_1, y(0) = y_0.$$

Adabiyotlar

- [1]. Никольский М. С. Прямой метод в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Управляемые системы / Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1969. Вып. 2. С.49-59.
- [2]. Ушаков В. И. Экстремальные стратегии в дифференциальных играх с интегральными ограничениями // Прикладная мат. и мех. 1972. Т. 36, вып. 1. С. 15-23.
- [3]. Ibragimov G.I., Azamov A. A., and Khakestari M. Solution of a linear pursuit-evasion game with integral constraints // ANZIAM Journal, 2010, vol. 52, no. E, pp. E59–E75.
- [4]. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and applications //The Fourth International Conference Game Theory and Management, St. Petersburg. 2010.
- [5]. Петросян Л.А. Игры преследования с «линией жизни» // Вестник ЛГУ. – Ленинград, 1967. – № 3. – С.76-85.
- [6]. Саматов Б.Т. Об игре с «линией жизни» при наличии интегральных ограничений на управления // Докл. АН УзР. – 1985. – №3. – С. 3-4.
- [7]. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. – Киев, 1976. – № 3. – С. 145-146.
- [8]. Петров Н.Н., Петров Н.Никандр. О дифференциальной игре «казаки-разбойники». Дифференциальные уравнения, 1983, том 19, номер 8. С.1366-1374.
- [9]. Азамов А. О задаче качества для игр простого преследования с ограничением // Сердика. Българско матем. спис. – София, 1986. – № 12. – С.38-43.
- [10]. Благодатских А. И., Петров Н.Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. – Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет». – 2009. – 266 с.
- [11]. Samatov B.T., Horilov M.A., Juraev B.I. Π -strategy for a differential game of pursuit with integral constraints of a generalized type // Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika.
- Mekhanika. Komp'yuternye Nauki. 2023. Vol. 33, Issue 2, pp. 293-311. (Scopus. IF: 0.342)
- [12]. Samatov B., Ibragimov G., Juraev B., Ferrara M. On the Lifeline Game of the Inertial Players with Integral and Geometric Constraints // Mathematics 2023, 11,4209. (Scopus. IF: 2.4)
- [13]. Juraev B. Π -strategy in a differential game with integral and Grönwall constraints on controls // Bulletin of the Institute of Mathematics. Tashkent. 2023. Vol.6, No 5, pp. 45-55. (01.00.00; № 17)
- [14]. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Soyibboev U.B. A linear differential game with gronwall type constraint // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. Andijan. 2020. No. 2, pp. 17-26.
- [15]. Samatov B.T., Soyibboev U.B. The Π -strategy for Pontryagin's control example with the same type dynamics of players // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. (2021), № 6, pp. 7–11.
- [16]. Ibaydullayev T., Horilov M.A., Akbarov A.Kh., Juraev B.I. A pursuit problem for differential game with different constraints. // "Matematikaning zamonaviy muammolari". Respublika ilmiy konferensiyasi, Nukus, 20 may, (2020), 131-133 b.
- [17]. Ibragimov G., Yusupov I. Optimal pursuit game of two pursuers and one evader with the Grönwall type constraints on controls // Uzbek Mathematical journal. – 2025. –№3 – pp. 83-92. (01.00.00; № 6).
- [18]. Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х. Я., Абдуалимова Г.М. Метод разрешающих функций для решения задачи преследования при интегральных ограничениях на управления // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2023. Т. 33. Вып. 1. С. 103–118. <https://doi.org/10.35634/vm230107>

СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ГИББСОВСКИЕ МЕРЫ ДЛЯ МОДЕЛИ ИЗИНГА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ ПОРЯДКА ДВА

Ж.Д.Дехконов

Андижанский государственный университет, Узбекистан, 170100, Андижан, ул. Университетская, 129

Abstract: In the paper a notion of weak periodic Gibbs measure is introduced. For the Cayley tree of order larger than 5 and under some conditions on the parameters of the Ising model it is proven that there are at least 3 such measures.

Keywords: Cayley tree, Gibbs measure, Ising model, weakly periodic measure.

Аннотация: В статье вводится понятие слабо периодического гиббсовского мера. Доказано, что для дерева Кэли порядка выше 5 и при некоторых условиях на параметры модели Изинга существуют по крайней мере 3 такие меры

Ключевые слова: дерево Кэли, мера Гиббса, модель Изинга, слабо периодическая мера.

Пусть $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k , где V - множество вершин, L - множество ребер τ^k . Известно, что τ^k можно представить как G_k - свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка. Если гиббсовское распределение инвариантно относительно некоторой подгруппы конечного индекса $\hat{G}_k \subset G_k$, то оно называется $\hat{G}_k$ - периодическим. В многочисленных работах (см. например [1-4]) на дереве Кэли изучены периодические меры Гиббса для различных моделей статистической механики. В работах [5] и [6] на некоторых инвариантных множествах при некоторых условиях на параметры найдены слабо-периодические (не периодические) меры Гиббса для модели Изинга на дереве Кэли порядка k , где $k \geq 4$. В работе [7] для модели Изинга на дереве Кэли порядка $k \geq 2$ найдены новые класс гиббсовских мер подобными к слабо периодическими. В данной работе мы изучаем существование слабо-периодических гиббсовских мер для модели Изинга на дереве Кэли порядке $k = 2$.

Пусть $\Phi = \{-1, 1\}$ и $\sigma \in \Phi^V$, тогда $\sigma = \{\sigma_x \in \Phi : x \in V\}$. Рассмотрим гамильтониан модели Изинга

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \sigma(x) \sigma(y), \quad (1)$$

где $J \in \mathbb{R}$, $\langle x, y \rangle$ - ближайшие соседи.

Известно, что каждой мере Гиббса для модели Изинга можно сопоставить совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$, удовлетворяющих уравнению

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} f(h_y, \theta), \quad (2)$$

где $S(x)$ - множество "прямых потомков" (см.[1]), $x \in V$ и

$$f(x, \theta) = \text{arctg}(\theta \tanh x), \quad \theta = \tanh(J\beta), \quad \beta = \frac{1}{T}, \quad T > 0$$

- температура.

Для $x \in G_k$ положим

$$x_{\downarrow} = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle\} \setminus S(x).$$

Пусть $G_k / \hat{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$ - фактор-группа, где $\hat{G}_k$ - нормальный делитель индекса $r \geq 1$.

Определение 1. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ называется $\hat{G}_k$ - периодической, если $h_{xy} = h_x$ для любых $x \in G_k$, $y \in \hat{G}_k$.

Определение 2. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ называется $\hat{G}_k$ - слабо периодической, если $h_x = h_{ij}$, при $x \in H_i$, $x_{\downarrow} \in H_j$ для любых $x \in G_k$.

Определение 3. Мету μ называется $\hat{G}_k$ - (слабо) периодической, если она соответствует $\hat{G}_k$ - (слабо) периодической совокупности величин h .

Пусть $A \subset \{1, 2, \dots, k+1\}$ и

$$H_A = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} \omega_x(a_i) - \text{четно} \right\}, \quad \text{где } \omega_x(a_i) -$$

число буквы a_i в слове

$$x \in G_k, \quad G_k^{(2)} = \{x \in G_k : |x| - \text{четно}\} \quad \text{и}$$

$G_k^{(4)} = H_A \cap G_k^{(2)}$ -соответствующий ему нормальный делитель индекса 4.

Замечание 1. Заметим, что среди всех нормальных делителей индекса 4 выбранный

нами нормальный делитель $G_k^{(4)}$ удобен тем, что в этом случае из системы (2) получаем систему уравнений с 8 неизвестными. А для произвольного нормального делителя индекса 4 число неизвестных может достигать до 16 неизвестных.

Рассмотрим фактор группу $G_k / G_k^{(4)} = \{H_0, H_1, H_2, H_3\}$, где

$$\begin{aligned} H_0 &= \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} \omega_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{четно} \right\}, \\ H_1 &= \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} \omega_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{четно} \right\}, \\ H_2 &= \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} \omega_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{нечетно} \right\}, \\ H_3 &= \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} \omega_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{нечетно} \right\} \end{aligned}$$

Тогда в силу (2) G_k - слабо периодическая совокупность h имеет вид

$$h_x = \begin{cases} h_1, & x \in H_3, x_{\downarrow} \in H_1 \\ h_2, & x \in H_1, x_{\downarrow} \in H_3 \\ h_3, & x \in H_3, x_{\downarrow} \in H_0 \\ h_4, & x \in H_0, x_{\downarrow} \in H_3 \\ h_5, & x \in H_1, x_{\downarrow} \in H_2 \\ h_6, & x \in H_2, x_{\downarrow} \in H_1 \\ h_7, & x \in H_2, x_{\downarrow} \in H_0 \\ h_8, & x \in H_0, x_{\downarrow} \in H_2 \end{cases} \quad (3)$$

где $h_j, j = \overline{1, 8}$ удовлетворяет системе уравнений:

$$\begin{cases} h_1 = (k-i)f(h_2, \theta) + if(h_4, \theta) \\ h_2 = (k-i)f(h_1, \theta) + if(h_6, \theta) \\ h_3 = (k-i+1)f(h_2, \theta) + (i-1)f(h_4, \theta) \\ h_4 = (k-i+1)f(h_7, \theta) + (i-1)f(h_3, \theta) \\ h_5 = (k-i+1)f(h_1, \theta) + (i-1)f(h_6, \theta) \\ h_6 = (k-i+1)f(h_8, \theta) + (i-1)f(h_5, \theta) \\ h_7 = (k-i)f(h_8, \theta) + if(h_5, \theta) \\ h_8 = (k-i)f(h_7, \theta) + if(h_3, \theta), \end{cases} \quad (4)$$

здесь $i = |A|$ - мощность множество A .

Пользуясь тем, что

$$f(h, \theta) = \operatorname{arcth}(\theta thh) = \frac{1}{2} \ln \frac{(1+\theta)e^{2h} + (1-\theta)}{(1-\theta)e^{2h} + (1+\theta)}$$

и обозначая $\alpha = \frac{1-\theta}{1+\theta}$, $z_i = e^{2h_i}$, где $(i = \overline{1, 4})$, из

(4) получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} z_1 = (\varphi(z_2))^{k-i} \cdot (\varphi(z_4))^i \\ z_2 = (\varphi(z_1))^{k-i} \cdot (\varphi(z_6))^i \\ z_3 = (\varphi(z_2))^{k-i+1} \cdot (\varphi(z_4))^{i-1} \\ z_4 = (\varphi(z_7))^{k-i+1} \cdot (\varphi(z_3))^{i-1} \\ z_5 = (\varphi(z_1))^{k-i+1} \cdot (\varphi(z_6))^{i-1} \\ z_6 = (\varphi(z_8))^{k-i+1} \cdot (\varphi(z_5))^{i-1} \\ z_7 = (\varphi(z_8))^{k-i} \cdot (\varphi(z_5))^i \\ z_8 = (\varphi(z_7))^{k-i} \cdot (\varphi(z_3))^i \end{cases} \quad (5)$$

где $\varphi(z) = \frac{z+\alpha}{\alpha z+1}$. Из (5) получим следующие

$$\begin{cases} z_1 = \left(f \left(z_8^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_7))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_2))^{k-i} \\ z_2 = \left(f \left(z_7^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_8))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_1))^{k-i} \\ z_7 = \left(f \left(z_2^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_1))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_8))^{k-i} \\ z_8 = \left(f \left(z_1^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_2))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_7))^{k-i} \end{cases} \quad (6)$$

Рассмотрим отображение $W: R^4 \rightarrow R^4$, определенное как правая часть (6):

$$\begin{cases} z'_1 = \left(f \left(z_8^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_7))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_2))^{k-i} \\ z'_2 = \left(f \left(z_7^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_8))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_1))^{k-i} \\ z'_7 = \left(f \left(z_2^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_1))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_8))^{k-i} \\ z'_8 = \left(f \left(z_1^{\frac{i-1}{i}} \cdot (f(z_2))^{\frac{k}{i}} \right) \right)^i \cdot (f(z_7))^{k-i} \end{cases} \quad (7)$$

Легко доказать следующую лемму

Лемма 1. Отображение W имеет инвариантные множества

$$I_1 = \{z \in R^4 : z_1 = z_2 = z_7 = z_8\},$$

$$I_2 = \{z \in R^4 : z_1 = z_7; z_2 = z_8\},$$

$$I_3 = \{z \in R^4 : z_1 = z_2; z_7 = z_8\},$$

$$I_4 = \{z \in R^4 : z_1 = z_8; z_2 = z_7\}.$$

Замечание 2. Из определений 1 и 2 следует, что в случае I_2 слабо периодическая совокупность величин не совпадает периодической, если хотя бы одно из равенств $z_1 = z_3$, $z_2 = z_5$, $z_4 = z_8$, $z_6 = z_7$ не выполняется, т.е. значение z_i зависит от x_j

Лемма 2. Если на инвариантных множестве I_j , $j = 2, 3, 4$ существуют слабо периодические меры Гиббса, то они являются либо трансляционно-инвариантными, либо слабо периодическими (не периодическими).

Доказательство. Рассмотрим инвариантная множества I_3 . Пусть $z_1 = z_2; z_7 = z_8$. Из (5) имеем $z_4 = z_6; z_3 = z_5$. Если $z_1 = z_3$, тогда имеем $z_2 = z_5$. Из равенство $z_2 = z_5$ и из второй и пятой уравнение (5) получим $z_1 = z_6$. Из равенство $z_1 = z_3$ и из первой и третьей уравнение системы (5) получим $z_2 = z_4$. Следовательно получим $z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = z_5 = z_6 = z_7 = z_8$, т.е. соответствующая мера Гиббса являются трансляционно-инвариантными. Если $z_1 \neq z_3$, то ясно что соответствующая мера Гиббса являются слабо периодическими. Для остальных I_j , $j = 2, 4$ доказывается аналогично.

Теорема: Для модели Изинга в случае нормального делителя индекса четыре верны следующие утверждение:

1) Все $G_k^{(4)}$ -слабо периодических мера Гиббса соответствуют совокупность величин из I_2 являются трансляционно – инвариантными.

2) Пусть $k = 2, i = 1, \alpha_{cr} = 3$. Тогда на инвариантном множестве I_2 при $\alpha \leq \alpha_{cr}$ не существует $G_k^{(4)}$ -слабо периодическая (не трансляционно-инвариантная) мера Гиббса; при $\alpha > \alpha_{cr}$ существуют две $G_k^{(4)}$ -слабо периодические (не трансляционно-инвариантные) меры Гиббса.

Доказательство: 1. Для инвариантного множества I_1 доказательство очевидна.

2. Пусть $k = 2, i = 1, \alpha_{cr} = 3$. Тогда система уравнения (6) сводится к следующие систему уравнению.

$$\begin{cases} z_1 = \frac{z_2 + \alpha}{\alpha z_2 + 1} \cdot \frac{(z_1 + \alpha)^2 + \alpha(\alpha z_1 + 1)^2}{\alpha(z_1 + \alpha)^2 + (\alpha z_1 + 1)^2} \\ z_2 = \frac{z_1 + \alpha}{\alpha z_1 + 1} \cdot \frac{(z_2 + \alpha)^2 + \alpha(\alpha z_2 + 1)^2}{\alpha(z_2 + \alpha)^2 + (\alpha z_2 + 1)^2} \end{cases} \quad (8)$$

где $\alpha = \frac{1-\theta}{1+\theta}$, $z_i = e^{h_i}$, $i = 1, 2$. Введем

обозначение $x = \frac{z_1 + \alpha}{\alpha z_1 + 1}$, $y = \frac{z_2 + \alpha}{\alpha z_2 + 1}$, получим следующие система уравнения

$$\begin{cases} x = f(y) \\ y = f(x) \end{cases}$$

где, $f(x) = \frac{x - \alpha}{1 - \alpha x} \cdot \frac{x^2 + \alpha}{\alpha x^2 + 1}$.

Чтобы найти слабо-периодических мера Гиббса не являющейся трансляционное-инвариантными. Рассмотрим следующие уравнению.

$$\frac{x - f(f(x))}{x - f(x)} = 0$$

Сначала найдем решение уравнения

$$x - f(x) = 0 \quad (9)$$

Можно легко видеть, что:

$$x - f(x) = \frac{(x-1)(x+1)(\alpha x^2 + (\alpha-1)x + \alpha)}{(1-\alpha x)(x^2 + \alpha)}$$

Решение уравнения (9) определяем в виде

$$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = \frac{1 - \alpha + \sqrt{-3\alpha^2 - 2\alpha + 1}}{2\alpha},$$

$$x_4 = -\frac{1 + \alpha + \sqrt{-3\alpha^2 - 2\alpha + 1}}{2\alpha}$$

После этого, найдём решения уравнения

$$x - f(f(x)) = 0, \text{ из}$$

$$x - f(f(x)) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot$$

$$\cdot (\alpha x^2 + (\alpha-1)x + \alpha) \cdot (x^2 - (\alpha-1)x + 1) \cdot$$

$$\cdot (\alpha x^4 - 2\alpha x^3 + (2\alpha^2 - 2\alpha + 2)x^2 - 2\alpha x + \alpha)$$

получим в виде

$$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = \frac{1 - \alpha + \sqrt{-3\alpha^2 - 2\alpha + 1}}{2\alpha},$$

$$x_4 = -\frac{1 + \alpha + \sqrt{-3\alpha^2 - 2\alpha + 1}}{2\alpha}$$

$$x_5 = \frac{\alpha - 1 + \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha + 3}}{2},$$

$$x_6 = \frac{\alpha - 1 - \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha + 3}}{2}$$

или решением следующего симметрического уравнения четвёртого степени:

$$\alpha x^4 - 2\alpha x^3 + (2\alpha^2 - 2\alpha + 2)x^2 - 2\alpha x + \alpha = 0 \quad (10)$$

Среди этих решений, выделяем положительные решение уравнения $x - f(f(x)) = 0$: x_5, x_6 решения, $\alpha > 3$ получает положительные значения.

После этого, найдём положительные решение уравнения (10), из

$$\alpha \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 2\alpha \left(x + \frac{1}{x} \right) + 2\alpha^2 - 2\alpha + 2 ;$$

$$x + \frac{1}{x} = t$$

получим следующую квадратную уравнению:

$$\alpha t^2 - 2\alpha t + 2(\alpha - 1)^2 = 0 \quad (11)$$

Возьмём $x=1$ оно являлось решением уравнения (10), поэтому рассмотрим случай $t > 2$: при $\alpha > 0$ значение решение уравнения (11) не может больше 2.

Заклучения: система уравнения (8) при $0 < \alpha < 3$ имеет единственная решения $(1,1)$, а при $\alpha > 3$ имеет 3 решения $(1,1), (z_1^{(5)}, z_2^{(5)}), (z_1^{(6)}, z_2^{(6)})$.

Литература

- [1]. Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific, (2013).
- [2]. Ганиходжаев Н.Н., Розиков У.А. Описание периодических крайних гиббсовских мер некоторых моделей на дереве Кэли. ТМФ, 1997, Т.111, N1, с.109-117.
- [3]. Rozikov U.A., Suhov Yu.M. Gibbs measures for SOS models on a Cayley tree. Inf. Dim. Anal.Quant.Prob. RT, 2006, V.9, N3, p.471-488.
- [4]. Martin J.B., Rozikov U.A., Suhov Yu.M. A three state hard-core model on a Cayley tree. Journal Nonlinear Mathematical Physics 2005, V.12, N3, p.432-448.
- [5]. У.А.Розиков, М.М.Рахматуллаев, ТМФ, 156:2 (2008), 292–302.

[6]. У.А.Розиков, М.М.Рахматуллаев, ТМФ, 160:3 (2009), 507–516.

[7]. D.Gandolfo, J.Ruiz, S.Shlosman. Journal of Statistical Physics, Springer Verlag, 2012, 148 (06), pp.999-1005

Muallif haqida ma'lumot: Jasurbek Dexkonov. Andijon davlat universiteti. Tel.: +99890-210-21-30;
E-mail: dehqonov.jasur@bk.ru.

STATISTIK GIPOTEZALARNI TEKSHIRISH UCHUN KRITERIYLAR VA Z KRITERIY MISOLIDA STATISTIK KRITERIY QUUVATINI HISOBLASH

Muradov R.S.

Namangan davlat texnika universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqolada statistik gipotezalarni tekshirish nazariyasining nazariy asoslari va amaliy qo'llanilishi yoritilgan. Asosan Z-kriteriy misolida statistik kriteriy quvvatini aniqlash masalasi batafsil tahlil qilinadi. Tanlanma hajmi, dispersiya qiymatlari va 1-tur hatolik (α) darajasining kriteriy quvvatiga ta'siri matematik formulalar, hisob-kitoblar va taqqoslovchi jadvallar orqali asoslab beriladi. Z-kriteriyning normal taqsimot parametrlarini baholashdagi roli, uning qo'llanish chegaralari hamda alternativ gipoteza ostida quvvat funksiyasini hisoblash bosqichlari amaliy misollar yordamida ko'rsatib berilgan. Tadqiqot natijalari statistik gipotezalarni tekshirishda tanlanma hajmini oshirish va dispersiya qiymatining kichik bo'lishi kriteriy quvvatini sezilarli oshirishini tasdiqlaydi.

Kalit so'zlar: statistik gipoteza, Z-kriteriy, 1-tur hatolik, 2-tur hatolik, kriteriy quvvati, normal taqsimot, statistik kriteriy.

Аннотация. В статье рассматриваются теоретические основы проверки статистических гипотез и их практическое применение. Особое внимание уделено вычислению мощности статистического критерия на примере Z-критерия. Показано влияние объёма выборки, дисперсии и уровня значимости α на мощность критерия. На основе математических преобразований, таблиц и вычислений демонстрируется процедура построения критической области и определения вероятности ошибок первого и второго рода. Результаты исследования показывают, что увеличение размера выборки и снижение дисперсии существенно повышают мощность Z-критерия при проверке параметров нормального распределения.

Ключевые слова: статистическая гипотеза, Z-критерий, ошибка первого рода, ошибка второго рода, мощность критерия, нормальное распределение, статистический критерий.

Annotation. This article examines the theoretical foundations of statistical hypothesis testing and its practical applications. The focus is placed on computing the power of a statistical test using the Z-test as an example. The study analyzes the effect of sample size, variance, and significance level α on the power of the test. Mathematical derivations, numerical examples, and comparative tables are used to demonstrate the construction of the critical region and the calculation of Type I and Type II error probabilities. The results indicate that increasing the sample size and reducing the variance substantially improve the power of the Z-test when evaluating parameters of the normal distribution.

Keywords: statistical hypothesis, Z-test, Type I error, Type II error, test power, normal distribution, statistical test.

Hozirda jamiyatda insoniyat faoliyatining turli sohalarida, tabiatdagi qonuniyatlarni o'rganishda, ilmiy tadqiqot ishlarida biror hulosalar qilinishida statistika usullari keng va samarador qo'llanilib kelinmoqda. Jamiyat bilan hamoxang rivojlanib kelayotgan statistika uni boshqarishning kuchli quroliga aylanmoqda. Statistika va uning nazariy tarmog'i bo'lmish matematik statistikaning rivojlanish tarixi va zamonaviy yo'nalishlari [1,13] da keng yoritilgandir.

Matematik statistikaning eng muhim qismi – statistik usullar nazariyasining zamonaviy bosqichining boshlanish davri mashhur ingliz statistik olimi Karl Pirson tomonidan 1900 yilda “Biometrika” – amaliy statistika jurnalining chop etilishi bilan bog'liqdir. Matematik statistikaning o'ta rivojlanishi davri oxirgi 60 yillarga to'g'ri keladi. Hozirda unga bo'lgan e'tibor tobora ortib bormoqda.

Matematik statistikani shartli ravishda ikki bo'limga ajratish mumkin:

“Statistik baholash nazariyasi” va “Statistik gipotezalarni tekshirish nazariyasi” [3]. Matematik statistika-tasodifiy tajribalar, ya'ni natijasini oldindan aytib bo'lmaydigan tajribalarda olingan sonli ma'lumotlarni qayta ishlash va ulardan tegishli hulosalar chiqarish bilan shug'ullanuvchi fan bo'lib, uning o'z uslubiylari mavjuddir. Uning masalalari amaliyot talablaridan kelib chiqadi va shu sababli u amaliyotda keng qo'llaniladi. Uning asosiy masalasi tasodifiy xarakterga ega bo'lgan miqdorlar, ya'ni tasodifiy miqdorlar taqsimot qonuniyatlarini mana shu miqdorlarni tajribalarda kuzatish natijasida olingan sonli ma'lumotlar asosida aniqlash – statistik baholashdan iboratdir. Uning statistik gipotezalarni tekshirishga oid bo'limining asosiy masalasi mana shu noma'lum taqsimotlar haqidagi u yoki bu taxminlar-gipotezalarni tekshirishdan iboratdir [2].

Hozirgi kunda biror ilmiy tadqiqot ishi bo'lmasinki, unda ilgari suriladigan ilmiy

tadqiqot gipotezasini to'g'riligini tekshirishda albatta matematik statistika usullari qo'llaniladi. Matematik statistika usullari turli ob'ektlar sonli va sifat belgilari haqidagi statistik ma'lumotlarni guruhlash va tahlil qilish imkoniyatlarini asoslaydilar. Katta hajmdagi bosh to'plamning har bir ob'ektni bizni qiziqtiruvchi belgilar bo'yicha o'rganish yo jismonan imkoni yo'q yoki iqtisodiy nuqtai nazardan maqsadga muvofiq emasdir. Shu sababli, statistik qonuniyatlarni aniqlash maqsadida o'rganilayotgan bosh to'plamdan tavakkaliga chekli hajmda tanlanma to'plam olinadi va u tadqiq etiladi. Matematik statistika aynan mana shu masalalar bilan shug'ullanadi. Matematik statistika fan sifatida K.F.Gauss (1777-1855) ning kichik kvadratlar usulini asoslanishidan boshlangan bo'lsada, uning rivojlanishiga XIX asr oxirlari va XX asr boshlarida aynan K.Pirson (1857-1936) va R.A.Fisherlar (1890-1962) o'z tadqiqotlari bilan katta xissa qo'shdilar. Xususan, Pirson (1900 yilda) statistik gipotezalarni tekshirish uchun "xi-kvadrat" kriteriyni va Fisher esa-dispersion tahlil, noma'lum parametrlarni baholash uchun haqiqatga maksimal o'xshashlik usulini taklif etdi.

XX asr 30-yillarida Ye.Neyman (1894-1977), E.Pirsonlar statistik gipotezalarni tekshirish nazariyasining asosini rivojlantirdilar. A.N.Kolmogorov (1903-1987) va N.V.Smironovlar (1900-1966) noparametrik statistikaga asos solib berdilar. Hozirda statistik gipotezalarni tekshirish ismlari yuqorida qayd etilgan atoqli olimlar va boshqalar tomonidan yaratilgan nazariyaga asoslanadi. Uning uslubiyatlari deyarli barcha nazariy va amaliy ilmiy tadqiqotlarda keng qo'llanilib kelinmoqda.

So'nggi yillarda statistik usullarning qo'llanish sohasi kengayib borayotganligini alohida ta'kidlab o'tish jiozdir. Bunday usullar ilm-fanning turli sohalari: fizika, texnika, geologiya, biologiya, meditsina, lingvistika, sotsiologiya, psixologiya, pedagogika, iqtisodiyot va boshqalarda o'ta samarador qo'llanib kelinmoqda. Matematik statistikaning eng asosiy bo'limlaridan biri - statistik gipotezalarni tekshirish nazariyasidir [5,6,10]. Statistik gipoteza – kuzatilayotgan tasodifiy miqdor taqsimot qonuni (agar u butunlay noma'lum bo'lsa) yoki uning parametrlari (agar

u parametrlar aniqligida berilgan bo'lsa) haqidagi taxmindan iboratdir. Birinchi holda gipoteza noparametrik, ikkinchi holda esa - parametrik, deb ataladi. Bunday gipotezalarga masalan, "bosh to'plamning taqsimoti normal taqsimotdan iborat" yoki "statistik tanlanma matematik kutilmasi 0 bo'lgan normal taqsimotdan iborat", degan taxminlar misol bo'la oladi. Bunda birinchi gipoteza taqsimot qonuni haqida bo'lsa, ikkinchisi esa uning parametri haqidadir. Demak, agar gipotezada aniq taqsimot haqida biror ma'lumotlar bo'lmasa u noparametrik gipoteza va aksincha bunday ma'lumot mavjud bo'lsa, u parametrik gipoteza deb ataladi. Gipotezalarning murakkablik darajasi ham turlicha bo'lishi mumkin. Masalan, gipotezalar yuqorida keltirib o'tilganidek kuzatilayotgan tasodifiy miqdorning taqsimoti haqida; ikki yoki undan ortiq statistik tanlanmalar bir jinsliligi haqida; o'rganilayotgan bosh to'plamning biror sonli xarakteristikalar haqida va hokazo turlicha bo'lishi mumkin. Shu sababli, gipotezalar yana sodda va murakkab bo'lishi ham mumkin. Masalan, agar λ eksponensial taqsimot parametri bo'lib, biz tahminni $\lambda = 1$ ko'rinishda yozsak, u sodda gipotezaga, ammo agar $\lambda \geq 1$ ko'rinishda yozsak, u holda u murakkab parametrik gipotezaga misol bo'la oladi. 1-holda gipoteza aniq taqsimotni, 2-holda esa taqsimotlar oilasini ifodalaydi. Demak, murakkab gipotezani chekli yoki cheksiz sondagi sodda gipotezalar ko'rinishida ham ifodalash mumkin ekan. Bundan tashqari, yana gipotezalar asosiy (yoki nolinch) va alternativ (konkurent, qarama-qarshi) gipotezalarga ham bo'linadi. Odatda asosiy gipoteza H_0 orqali, alternativa esa H_1 orqali belgilanadi. Demak, alternativ gipoteza ma'no jixatidan asosiy gipotezaga zid, ya'ni uni inkor etar ekan. Masalan, yuqoridagi $H_0: \lambda = 1$ gipotezaga, $H_1: \lambda \neq 1$ yoki $H_2: \lambda < 1$, yoki $H_3: \lambda > 1$ gipotezalar alternativ bo'lishi mumkin ekan. Ammo, ko'rish mumkinki H_2 va H_3 gipotezalar H_1 ni ergashtiradi, chunki $\{\lambda \neq 1\} = \{\lambda < 1\} \cup \{\lambda > 1\}$.

Agar biz parametrik gipotezalarni qarayotgan bo'lsak, θ esa noma'lum parametr va Θ - unga mos parametrik fazo, ya'ni θ ning

barcha mumkin bo'lgan qiymatlari to'plami bo'lsa, u holda $H_0: \theta \in \Theta_0$ va $H_1: \theta \in \Theta_1$, $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$, gipotezalar asosiy H_0 va unga alternativa H_1 gipotezani aniqlaydi. Bunda $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ bo'lishi ham mumkin. Doimo asosiy H_0 gipotezaga qarama-qarshi H_1 gipotezani tuzish mumkin. Odatda asosiy gipoteza sifatida sodda gipotezalarni olish maqsadga muvofiqdir, chunki qat'iy da'voni tekshirish amaliyotda qulaydir [7,8,11].

Demak, yuqoridagi fikrlarni jamlab, statistik gipotezalar parametrik yoki noparametrik, sodda yoki murakkabligiga qarab quyidagi turlarda bo'lishi mumkin ekan:

- kuzatilayotgan tasodifiy miqdor taqsimoti ko'rinishi haqida;
- o'rganilayotgan bosh to'plam sonli xarakteristikalar haqida;

ikki va undan ortiq statistik tanlanmalar bir jinsliliigi yoki ular sonli xarakteristikalar ustma-ust tushishi haqida.

Faraz qilaylik, bizni qiziqtirayotgan tasodifiy miqdor X bo'lib, uni n ta bog'liq bo'lmagan va bir xil sharoitda o'tkazilgan tajribalarda olingan qiymatlari

$$\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad (*)$$

bo'lib, u biror chekli yoki cheksiz N hajmdagi bosh to'plamdan olingan bo'lsin ($1 \leq n \leq N \leq \infty$). Keyinchalik (1) to'plamni

statistik tanlanma yoki shunchaki tanlanma deb ataymiz va $X^{(n)} = (X_1, \dots, X_n)$ orqali belgilab olamiz. Statistik gipotezalarni tekshirish (*) tanlanma orqali amalga oshiriladi. Bu uchun statistik kriteriy (alamat) qurib olinadi. Bu kriteriy orqali asosiy gipoteza H_0 qabul qilinishi yoki rad etilishi mumkin. Bunda u yoki bu qarorni qabul qilishda odatda uncha katta bo'lmagan ehtimollik bilan tasodifiy xarakterdagi xatolikka yo'l qo'yilishi mumkin. Ba'zi hollarda asosiy gipoteza H_0 rad etilib qolishi mumkin, ammo aslida bosh to'plam bo'yicha u to'g'ri (o'rinli) bo'lishi mumkin. Bunday xatolik 1-tur xatolik deb, uni ehtimolligini esa qiymatdorlik meyor (sathi) deb ataladi va α orqali belgilanadi. Bu holda α xatolik bilan H_1 gipoteza qabul qilinadi. 2-tur xatolik β ehtimollik bilan to'g'ri bo'lmagan H_0 gipotezani aslida H_1 to'g'riligida qabul qilingan holda ro'y beradi. Ishonch ehtimolligi $1 - \alpha$ bo'lib, u to'g'ri bo'lgan H_0 gipotezani qabul qilib, 1-tur xatolikka yo'l qo'ymaslikdan iboratdir. $1 - \beta$ ehtimollik statistik kriteriyning quvvati deb ataladi.

Asosiy H_0 gipotezaga nisbatan qabul qilingan yechimni quyidagi 1-jadvalda tasvirlash mumkin:

1-jadval: Gipoteza tekshirishdagi hulosalar [10]

Asosiy gipoteza H_0	Nolinchi H_0 gipotezaga nisbatan qabul qilinadigan yechim	
To'g'ri	Rad etiladi	Qabul qilinadi
	1-tur xatolik, uning ehtimolligi $\alpha = P(H_1 / H_0)$	To'g'ri yechim, uning ehtimolligi $1 - \alpha = P(H_0 / H_0)$
Noto'g'ri	To'g'ri yechim, uning ehtimolligi $1 - \beta = P(H_1 / H_1)$	2-tur xatolik, uning ehtimolligi $\beta = P(H_0 / H_1)$

Tushunurliki, amaliyotda har ikki xatolik ham yetarlicha kichik bo'lishi maqsadga muvofiqdir. Shu sababli, amaliyotda tajriba shunday tashkil qilinishi va u asosida statistik kriteriy shunday tuzilishi zarurki, unda asosiy hisoblangan 1-tur xatolik ehtimolligi α kichik bo'lishi lozim. Odatda α ning qiymatlari sifatida quyidagi sonlar olinadi: 0,1; 0,05; 0,025; 0,01; 0,005; 0,001. Yuqoridagi masala yechimi kriteriy tanlash orqali amalga oshiriladi.

Ma'lumki, qiymatdorlik satxi (yoki kriteriy hajmi) α bo'lgan kriteriy quvvati alternativ gipoteza H_1 to'g'riligi shartida asosiy gipoteza H_0 ni rad etish va demak H_1 ni qabul qilishdan iborat to'g'ri yechim ehtimolligi $1 - \beta = P(H_1 / H_1) = P(T \in \mathcal{K}_1 / H_1)$ dan iborat bo'ladi. Bu formuladan ko'rinadiki, kriteriy quvvatini hisoblash T statistikaning alternativ gipoteza H_1

o‘rinliligi shartidagi aniq (yoki taqribiy) taqsimotini bilishni talab qiladi. Statistik gipotezalarni tekshirish nazariyasida bu yechilishi qiyin bo‘lgan masalalar toifasiga kiradi. Ushbu paragrafda biz kriteriy quvvatini hisoblashni Z -kriteriy misolida ko‘rib o‘tamiz. Bu kriteriyning Z -statistikasi quyidagicha aniqlanadi. $X^{(n)} = (X_1, \dots, X_n)$ tanlanma o‘rta qiymati noma’lum μ parametrdan va dispersiyasi ma’lum $\sigma^2 = 4$ normal taqsimotga ega bo‘lgan bosh to‘plamdan olingan bo‘lib, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ tanlanma o‘rta arifmetik qiymati μ uchun statistik bahosi bo‘lsin.

U holda Z -statistika standart normal $\Phi_0(t)$ taqsimotga ega va

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{x} - \mu}{2 / \sqrt{n}}$$

formula bilan aniqlanadi. Biz tanlanma hajmini $n = 25$ deb tanlaymiz va asosiy H_0 va alternativa H_1 gipotezalarni quyidagicha ifodalaymiz:

$$H_0 : \mu = 0;$$

$$H_1 : \mu > 0.$$

Demak, H_0 sodda va H_1 esa murakkab gipotezalar ekan. Biz qiymatdorlik satxi (1-tur xatolikni) $\alpha = 0,05$ deb tanlab, unga mos kritik nuqtani integral funksiyasi jadvalidan

$$1 - \alpha = 0,95 = 0,5 + \Phi_0^+(t_{kp})$$

tenglama yechimi sifatida $t_{kp} = 1,645$ -kritik nuqtani aniqlab olamiz. Endi H_0 ni rad etuvchi kritik to‘plamni $\mathcal{K}_1 = \{Z_{ky3} > t_{kp}\}$ tengsizlikdan H_0 o‘rinliligi shartida aniqlab olamiz:

$$Z_{ky3} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{x} \sqrt{25}}{2} = 2,5\bar{x} > 1,645 = t_{kp}.$$

bu yerdan, H_0 gipoteza $\bar{x} > \frac{1,645}{2,5} = 0,658$ bo‘lganida rad etilishini bilib olamiz. Endi alternativ gipoteza $H_1 : \mu = 1$ bo‘lganida kriteriy quvvatini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} 1 - \beta &= P(Z_{ky3} \in \mathcal{K}_1 / H_1) = P(Z_{ky3} > 1,645 / \mu = 1) = P(\bar{x} > 0,658 / \mu = 1) = \\ &= P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{0,658 - 1}{2 / \sqrt{25}} / \mu = 1\right) = P(Z > -0,855) = 1 - \Phi_0(-0,855) = \\ &= \Phi_0(0,855) = 0,5 + \Phi_0^+(0,855) = 0,5 + 0,3 = 0,8. \end{aligned}$$

Bu yerdan 2-tur xatolik ehtimolligini topamiz: $\beta = 1 - 0,8 = 0,2$.

Endi yuqoridagi gipotezalarni tekshirish uchun Z - kriteriy qiymatdorlik satxini 1% lik etib, ya’ni $\alpha = 0,01$ etib oldingidan 5 marta kam tanlaymiz. U holda Z -kriteriy kritik nuqtasi $t_{kp} = 2,32$ jadvaldan aniqlab, u H_0 ni quyidagi tengsizlik orqali rad etadi:

$$Z_{ky3} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{x} \sqrt{25}}{2} = 2,5\bar{x} > 2,32,$$

ya'ni $\bar{x} = \frac{2,32}{2,5} = 0,928$ tengsizlik bajarilganida H_0 gipoteza rad etiladi. Bu holda biz kriteriy quvvatlarini H_1 alternativalar $\mu = 1$ va $\mu = 2$ bo'lganida quyidagicha hisoblaymiz:

$$1 - \beta = P(\bar{x} > 0,928 / \mu = 1) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{0,928 - 1}{2 / \sqrt{25}} / \mu = 1\right) = P(Z > -0,18) =$$

$$= 1 - \Phi_0(-0,18) = \Phi_0(0,18) = 0,5 + \Phi_0^+(0,18) = 0,5 + 0,0714 = 0,5714,$$

va 2-tur xatolik $\beta = 1 - 0,5714 = 0,4286$; Shu kabi

$$1 - \beta = P(\bar{x} > 0,928 / \mu = 2) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{0,928 - 2}{2 / \sqrt{25}} / \mu = 2\right) = P(Z > -2,68) =$$

$$= 1 - \Phi_0(-2,68) = \Phi_0(2,68) = 0,5 + \Phi_0^+(2,18) = 0,5 + 0,4963 = 0,9963,$$

Bu yerdan 2-tur xatolik $\beta = 1 - 0,9963 = 0,0037$ ni topamiz. Endi tanlanma hajmini $n = 100$ ga o'rtirib 1-tur xatolik $\alpha = 0,01$, alternativa $\mu = 1$ va dispersiya qiymatlari $\sigma^2 = 4$ va $\sigma^2 = 1$ bo'lgan hollarda yuqoridagi jarayonni takrorlab kriteriy quvvatlarini hisoblaymiz:

$$Z_{\text{kyz}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{x}}{2 / \sqrt{100}} > 2,32 = t_{\text{kp}}.$$

Demak, H_0 gipoteza

$$\bar{x} > 2,32 \cdot \frac{2}{10} = 0,464$$

bo'lganida inkor etiladi va bunday kriteriyning $\mu = 1$ dagi quvvati

$$1 - \beta = P(\bar{x} > 0,464 / \mu = 1) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{0,464 - 1}{2 / \sqrt{100}} / \mu = 1\right) = P(Z > -2,68) =$$

$$= 1 - \Phi_0(-2,68) = \Phi_0(2,68) = 0,5 + \Phi_0^+(2,68) = 0,9963.$$

Shu kabi, $\sigma = 1$ da

$$Z_{\text{kyz}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{x}}{1 / \sqrt{100}} = 10\bar{x} > 2,32 = t_{\text{kp}}.$$

Bu holda H_0 gipoteza $\bar{x} > 2,32 \cdot \frac{1}{10} = 0,232$ tengsizlik o'rinli bo'lganida rad etilib, bu kriteriyning $\mu = 1$ alternativa qiymatidagi quvvati

$$1 - \beta = P(\bar{x} > 0,232 / \mu = 1) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{0,232 - 1}{1 / \sqrt{100}} / \mu = 1\right) = P(Z > -7,68) =$$

$$= 1 - \Phi_0(-7,68) = \Phi_0(7,68) = 0,5 + \Phi_0^+(7,68) = 0,5 + 0,5 = 1.$$

Bundan 2-tur xatolik qiymati $\beta = 0$ ekanini ko'ramiz.

Yuqoridagi barcha hisoblarni e'tiborga olib quyidagi jamlovchi jadvalni tuzib olamiz:

3-jadval. Asosiy gipoteza

№	Tanlanma hajmi	Dispersiya	Alternativa	Qiymatdorlik catxi (1-tur xatolik)	Kriteriy quvvati
---	----------------	------------	-------------	------------------------------------	------------------

1.	$n=25$	$\sigma^2 = 4$	$H_1: \mu = 1$	$\alpha = 0,05$	$1 - \beta = 0,8$
2.	$n=25$	$\sigma^2 = 4$	$H_1: \mu = 1$	$\alpha = 0,01$	$1 - \beta = 0,5414$
3.	$n=25$	$\sigma^2 = 4$	$H_1: \mu = 2$	$\alpha = 0,01$	$1 - \beta = 0,9963$
4.	$n=100$	$\sigma^2 = 4$	$H_1: \mu = 1$	$\alpha = 0,01$	$1 - \beta = 0,9963$
5.	$n=100$	$\sigma^2 = 1$	$H_1: \mu = 1$	$\alpha = 0,01$	$1 - \beta = 1$

Yuqoridagi jadvaldan ko‘rinadiki normal taqsimot o‘rta qiymati haqidagi $H_0: \mu = 0$ gipotezani uning dispersiyasi σ^2 -ma’lum bo‘lganida $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ -statistika asoslangan kriteriyning qiymatdorlik satxi 1% ($\alpha = 0,01$) bo‘lgan holda tanlanma hajmi ortgani sari eng katta quvvatga ega bo‘lar ekan.

Ushbu maqolada statistik gipotezalarni tekshirish nazariyasi va uning amaliy ahamiyati Z-kriteriy misolida batafsil tahlil qilindi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, statistik kriteriy quvvati bir qator omillarga — tanlanma hajmi, tasodifiy miqdorning dispersiyasi va tanlangan qulaylik darajasi (α) kabi parametrlar — bilan chambarchas bog‘liqdir. Tanlanma hajmi ortishi va dispersiya kichiklashishi kriteriyning sezgirligini oshirib, alternativ gipotezani aniqlash ehtimolini yuqori darajada ta’minlaydi.

Shuningdek, 1-tur va 2-tur hatoliklarning mazmuni, ularni minimallashtirish zarurati hamda amaliy tadqiqotlarda to‘g‘ri kriteriy tanlashning ahamiyati ko‘rsatib berildi. Z-kriteriy normal taqsimot parametrlarini baholashda eng samarali usullardan biri bo‘lib, uning quvvatini hisoblash statistik qarorlar qabul qilishda muhim o‘rin tutadi. Olingan natijalar ilmiy tadqiqotlarda, iqtisodiy tahlil, muhandislik tajribalari, pedagogik va psixologik izlanishlarda statistik gipotezalarni tekshirishning ahamiyatini yana bir bor tasdiqlaydi. Z-kriteriy yordamida gipotezalarni tekshirishning aniq va matematik asoslangan mexanizmlarini qo‘llash tadqiqot sifatini oshirishga, olinish ehtimoli past bo‘lgan xatoliklarni kamaytirishga xizmat qiladi. Shunday qilib, ushbu ish statistik usullardan samarali foydalanish, ayniqsa tanlanma hajmi va dispersiya bilan bog‘liq parametrlarni to‘g‘ri belgilash ilmiy xulosalarning ishonchliligini sezilarli darajada oshirishini namoyon etadi.

Adabiyotlar

- [1]. Абдушукуров А.А. Из истории развития статистики. // Материалы республ.науч.-практ.конф. “Статистика и её применения”, НУУз. –Ташкент. 2012. “SHARQ”. с.5-20.
- [2]. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent. “Universitet”. 2010. -163 bet.
- [3]. Боровков А.А. Математическая статистика. –М.: “Наука”. 1984. -472 с.
- [4]. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. . –М.:”Наука”. 1983. -416 с.
- [5]. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. -М.: “Высшая школа”. 2003. -479 с.
- [6]. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. –Ростов на Дону. 2002. -400 с.
- [7]. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. –М.: “Педагогика”. 1977. -210 с.
- [8]. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. –М.: “Флинта”. 2003. -336 с.
- [9]. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. –М.: “Физматлит”. 2006. -816 с.
- [10]. Леман Э. Проверка статистических гипотез. –М.: “Мир”. 1979. -408 с.
- [11]. Налимов В.В. Теория эксперимента. –М.: “Наука”. 1971. -208 с.
- [12]. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). –М.: “МЗ-Пресс”. 2004. -67 с.
- [13]. Орлов А.И. Новая парадигма математической статистики. // Материалы республ.науч.-практ.конф. “Статистика и её применения”, НУУз. –Ташкент. 2012. “SHARQ”. с.21-36.
- [14]. Орлов А.И. Прикладная статистика. –М.: “Экзамен”. 2006. -671 с.
- [15]. Орлов А.И. О проверке однородности двух независимых выборок. // “Заводская лаборатория”. 2003. Т.69, N.1.с.55-60.

Chiziqli giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema va uning eksponensial turg'unligi

F.T. Abduxalilov^{1,2}, O.R. Bozorova³,

¹Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston.

²Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti akademik litseyi, Toshkent, O'zbekiston.

³Toshkent Irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muxandislari instituti, Milliy tadqiqot universiteti.

Annotatsiya. Ushbu maqolada chiziqli giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema qurilishi va uning eksponensial turg'unligi masalasi o'rganiladi. Giperbolik sistemalar uchun sonli metodlarni qurishda xarakteristik yo'nalishlarni hisobga olish muhim bo'lib, oqimga qarshi ayirmali sxemalar aynan shu tamoyilga asoslanadi. Mazkur yondashuv ayirmali sxemalar nazariyasida, xususan, giperbolik sistemalar uchun turg'un sonli yechimlarni qurish masalalarida keng qo'llaniladi [1], [2], [6]. Asosiy natija sifatida diskret Lyapunov funksiyasi yordamida sonli yechimning L_h^2 normada eksponensial turg'unligi ko'rsatiladi. Ushbu yondashuv Aloyev va Xudoyberganovlarning giperbolik sistemalar uchun Lyapunov funksiyasi asosida ayirmali sxemalar turg'unligini tadqiq etishga oid ishlari bilan bevosita bog'liqdir [7], [9], [10].

Kalit so'zlar: chiziqli giperbolik sistema, oqimga qarshi sxema, ayirmali sxema, KFL sharti, diskret Lyapunov funksiyasi, eksponensial turg'unlik, chegaraviy shart.

I.KIRISH

Giperbolik tipdagi differensial tenglamalar va sistemalar to'liq tarqalishi, gaz dinamikasi, akustika, elastiklik nazariyasi, magnit gidrodinamikasi, transport jarayonlari hamda matematik fizikaning ko'plab masalalarida uchraydi. Bunday sistemalarda yechimning tarqalishi xarakteristik yo'nalishlar orqali aniqlanadi. Shu sababli giperbolik sistemalar uchun sonli sxema qurishda nafaqat approksimatsiya tartibi, balki sxemaning fizik oqim yo'nalishiga mosligi ham muhim hisoblanadi [2], [4].

Giperbolik sistemalar uchun turg'un ayirmali sxemalar qurish masalasi o'zbek matematiklari tomonidan ham izchil o'rganilgan. Xususan, R.D. Aloyev, M.U. Xudoyberganov va ularning hammualliflari giperbolik sistemalar uchun diskret Lyapunov funksiyasi, aprior baholar, oqimga qarshi ayirmali sxemalar va eksponensial turg'unlik shartlarini tadqiq etganlar [6], [7], [9], [10]. Ushbu ishlar mazkur maqolaning nazariy yo'nalishi bilan uzviy bog'liq bo'lib, ayniqsa chegaraviy masalalar uchun sonli yechimning L^2 -normadagi turg'unligini asoslashda muhim metodik asos vazifasini bajaradi.

Mazkur maqolada chiziqli giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema quriladi va uning eksponensial turg'unligi diskret Lyapunov funksiyasi yordamida o'rganiladi. Asosiy maqsad boshlang'ich-chegaraviy ayirmali masala yechimining diskret L_h^2 normada vaqt bo'yicha eksponensial kamayishini ko'rsatishdan iborat.

II.CHIZIQLI GIPERBOLIK SISTEMA VA UNING KANONIK KO'RINISH.

Quyidagi chiziqli sistema qaralsin:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

Bu yerda $C = [c_{ik}]$ o'zgarmas matritsa, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ esa noma'lum vektor-funksiyadir. Ushbu sistema n ta noma'lum funksiyali n ta tenglamadan iborat bo'ladi.

Agar xarakteristik tenglamaning barcha ildizlari haqiqiy va o'zaro har xil bo'lsa, ya'ni

$$\det(C - kE) = 0$$

tenglamaning ildizlari haqiqiy hamda turli bo'lsa, u holda (1) sistema giperbolik sistema deyiladi. Bu yerda E birlik matritsani bildiradi.

Giperbolik sistemalar nazariyasiga ko'ra, bunday sistema maxsus almashtirish yordamida kanonik ko'rinishga keltiriladi [2], [6]. Ya'ni

$$v = Z^{-1}u$$

almashtirish orqali (1) sistema quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$\frac{dv}{dt} + K \frac{dv}{dx} = 0. \quad (2)$$

Bu yerda K diagonal matritsa bo'lib, u xarakteristik tezliklarni o'zida saqlaydi. Matritsaning elementlari quyidagicha tartiblangan deb qaraladi:

$$K = \begin{pmatrix} K^+ & 0 \\ 0 & -K^- \end{pmatrix}$$

Bu yerda

$$K^+ = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & L & 0 \\ 0 & a_2 & L & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & L & a_m \end{pmatrix}, \quad K^- = \begin{pmatrix} a_{m+1} & 0 & L & 0 \\ 0 & a_{m+2} & L & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & L & a_n \end{pmatrix}$$

$$a_i > 0, i = 1, 2, j, n.$$

Demak, v vektor-funksiyaning birinchi m ta komponentasi musbat xarakteristik yo'nalishlarga, qolgan $n - m$ ta komponentasi esa manfiy xarakteristik yo'nalishlarga mos keladi. Shu sababli v vektorni quyidagicha ajratamiz:

$$v^I = (v_1, v_2, j, v_m)^T, \quad v^{II} = (v_{m+1}, v_{m+2}, j, v_n)^T.$$

Bu ajratish keyinchalik oqimga qarshi ayirmali sxemani qurishda asosiy ahamiyatga ega bo'ladi. Chunki ayirma operatori aynan xarakteristik tezlikning ishorasiga qarab tanlanadi.

Boshlang'ich-chegaraviy masalaning qo'yilishi

$$0 < x < L, \quad t > 0$$

sohada (2) sistema uchun aralash boshlang'ich-chegaraviy masalani qaraymiz. Chegaraviy shartlar $x = 0$ va $x = L$ nuqtalarda quyidagicha beriladi:

$$v^I = sv^{II}, \quad x = 0, \quad (3)$$

$$v^{II} = rv^I, \quad x = L. \quad (4)$$

Bu yerda s va r mos o'lchamli matritsalaridir. Aniqlik uchun, v^I vektor m o'lchamli, v^{II} esa $n - m$ o'lchamli bo'lganligi sababli s matritsa $m \times (n - m)$, r matritsa esa $(n - m) \times m$ o'lchamli bo'ladi. Ushbu matritsalar chegaralarda kiruvchi va chiquvchi xarakteristik komponentalar orasidagi bog'lanishni ifodalaydi.

Boshlang'ich shart quyidagi ko'rinishda beriladi:

$$v_i(x, 0) = j_i(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad i = 1, j, n. \quad (5)$$

Shunday qilib, (2)–(5) munosabatlar chiziqli giperbolik sistema uchun boshlang'ich-chegaraviy masalani tashkil etadi. Bu masalada yechimning vaqt bo'yicha o'zgarishi, chegaraviy shartlarning ta'siri va sonli sxema orqali olingan yechimning turg'unligi asosiy o'rganish obyekti hisoblanadi.

Ayirmali to'r va sonli yechim belgilanishlari. Quyidagi yopiq to'rtburchak sohani qaraymiz:

$$G = \{(t, x) : 0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq L\}$$

Bu sohada t yo'nalishi bo'yicha Δt , x yo'nalishi bo'yicha esa Δx qadamli ayirmali to'r kiritamiz. To'r nuqtalari quyidagicha belgilanadi:

$$t^k = k\Delta t, k = 0, j, K, x_j = j\Delta x, j = 0, j, J.$$

Bunda

$$K\Delta t = T, J\Delta x = L$$

Ayirmali to'ring kesishish nuqtalari to'plami

$$G_h = \{(t^k, x_j): k = 0, j, K; j = 0, j, J\}$$

orqali belgilanadi. Ushbu nuqtalardagi sonli yechim qiymati

$$(v_i)_j^k \gg v_i(t^k, x_j), i = 1, j, n,$$

ko'rinishida belgilanadi.

Ayirmali sxema qurishda asosiy g'oya shundan iboratki, v^I komponentalar musbat yo'nalishda, v^II komponentalar esa manfiy yo'nalishda tarqaladi. Shuning uchun fazoviy ayirmalar ham shu yo'nalishlarga mos tanlanadi. Oqimga qarshi sxemalarning bunday qurilishi giperbolik sistemalar uchun sonli metodlarning tabiiy va barqaror shakllaridan biri hisoblanadi [4], [8].

III. OQIMGA QARSHI AYIRMALI SXEMA.

(2)–(5) masala uchun G_h ayirmali to'orda sonli yechimni topish maqsadida oqimga qarshi ayirmali sxema quriladi.

Birinchi m ta komponenta musbat xarakteristik tezliklarga mos keladi. Shuning uchun ular uchun chap ayirma olinadi:

$$(v_i)_{j-1}^{k+1} = (v_i)_j^k - a_i \frac{\Delta t}{\Delta x} \check{f}(v_i)_j^k - (v_i)_{j-1}^k, i = 1, j, m, j = 1, j, J.$$

Qolgan $n - m$ ta komponenta manfiy xarakteristik yo'nalishga mos keladi. Shuning uchun ular uchun o'ng ayirma olinadi:

$$(v_i)_j^{k+1} = (v_i)_j^k - a_i \frac{\Delta t}{\Delta x} \check{f}(v_i)_j^k - (v_i)_{j+1}^k, \quad (6)$$

$$i = m + 1, j, n, j = 0, j, J - 1.$$

$$k = 0, j, K - 1.$$

Boshlang'ich shart quyidagi ayirmali ko'rinishda approksimatsiyalanadi:

$$(v_i)_j^0 = (v_i)_j^0, i = 1, j, n, j = 0, j, J. \quad (7)$$

Chegaraviy shartlar esa quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} \check{f}(v_i)_0^k &= \sum_{l=m+1}^n s_{il} (v_l)_0^k, & i &= 1, j, m, \\ \check{f}(v_i)_J^k &= \sum_{l=1}^m r_{il} (v_l)_J^k, & i &= m + 1, j, n. \end{aligned} \quad (8)$$

Demak, (6)–(8) munosabatlar oqimga qarshi ayirmali sxemani hosil qiladi. Bu sxemaning muhim xususiyati shundaki, u xarakteristik yo'nalishlarni hisobga olgan holda quriladi. Shu sababli u chiziqli giperbolik sistemalar uchun tabiiy sonli yondashuv hisoblanadi [6], [9].

Sxemaning matritsali ko'rinishi. Nazariy tahlil uchun (6)–(8) ayirmali masalani matritsali ko'rinishda yozish qulay. v^I va v^II komponentalarni ajratgan holda sxema quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} (v^I)_j^{k+1} &= (v^I)_j^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} K^+ \check{H} (v^I)_j^k - (v^I)_{j-1}^k \quad j=1, J, \\ (v^{II})_j^{k+1} &= (v^{II})_j^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} K^- \check{H} (v^{II})_j^k - (v^{II})_{j+1}^k \quad j=0, J-1, \\ k &= 0, J, K-1. \end{aligned} \quad (9)$$

Boshlang'ich shart

$$(v)_j^0 = (v_0)_j, \quad j=0, J, \quad J \quad (10)$$

Chegaraviy shartlar esa matritsali ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} (v^I)_0^k &= s(v^{II})_0^k, \\ (v^{II})_J^k &= r(v^I)_J^k. \end{aligned} \quad (11)$$

Shunday qilib, (9)–(11) munosabatlar boshlang'ich-chegaraviy ayirmali masalani tashkil qiladi. Keyingi tahlilda aynan shu ayirmali masalaning eksponensial turg'unligi o'rganiladi.

Kurant–Fridriks–Levi sharti. Ayirmali sxemaning turg'unligi vaqt va fazo qadamlari orasidagi bog'lanishga bog'liq. Qaralayotgan oqimga qarshi ayirmali sxema uchun Kurant–Fridriks–Levi sharti quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \max_{1 \leq j \leq n} |a_j| \leq 1. \quad (12)$$

Bu shart sonli sxemadagi axborot tarqalish tezligi differensial masaladagi xarakteristik tezliklardan ortib ketmasligini bildiradi. KFL sharti ayirmali sxemalar nazariyasida turg'unlikni ta'minlash uchun asosiy shartlardan biri hisoblanadi [1], [3].

IV. SONLI YECHIMNING EKSPONENSIAL TURG'UNLIGI.

Endi (9)–(11) boshlang'ich-chegaraviy ayirmali masala yechimining eksponensial turg'unligi tushunchasini kiritamiz.

Agar shunday musbat $h > 0$ va $c > 0$ o'zgarmaslar mavjud bo'lib, ixtiyoriy boshlang'ich shart uchun ayirmali masala yechimi quyidagi tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda (9)–(11) ayirmali sxemaning yechimi eksponensial turg'un deyiladi:

$$\begin{aligned} \Delta x e^{\sum_{j=1}^J ((v^I)_j^k, (v^I)_j^k)} + \Delta x e^{\sum_{j=0}^{J-1} ((v^{II})_j^k, (v^{II})_j^k)} \\ J c e^{-ht_k} [\Delta x e^{\sum_{j=1}^J ((v^I)_j^0, (v^I)_j^0)} | \Delta x e^{\sum_{j=0}^{J-1} ((v^{II})_j^0, (v^{II})_j^0)}]. \end{aligned} \quad (13)$$

Ekspontensial turg'unlik oddiy chegaralanganlikdan kuchliroq xossadir. Chunki bunda yechim faqat chegaralangan bo'lib qolmaydi, balki e^{-ht_k} ko'paytuvchi hisobiga vaqt o'tishi bilan kamayadi. Bu xossa chegaraviy boshqaruv, to'liq jarayonlari va transport tipidagi sistemalarda muhim ahamiyatga ega [5], [8], [10].

V. DISKRET LYAPUNOV FUNKSIYASI

(9)–(11) boshlang'ich-chegaraviy ayirmali masalaning eksponensial turg'unligini isbotlash uchun diskret Lyapunov funksiyasi kiritiladi. Lyapunov funksiyasi giperbolik sistemalar uchun turg'unlikni o'rganishda samarali usullardan biri bo'lib, uning diskret analoglari Aloyev va Xudoyberganov ishlari orqali ham chuqur tadqiq etilgan [7], [10].

Qaralayotgan masala uchun statsionar yechim sifatida quyidagi qaraladi.

$$v_j^k = 0, k=0, J, N, j=0, J, J$$

Lyapunovning diskret funksiyasi quyidagicha tanlanadi:

$$V^k = W_1^k + W_2^k, \quad (14)$$

bu yerda

$$W_1^k = e^{\sum_{i=1}^m} V_i^k, \quad W_2^k = e^{\sum_{i=m+1}^n} V_i^k.$$

Musbat xarakteristik yoʻnalishlarga mos komponentalar uchun

$$V_i^k = \Delta x e^{\sum_{j=1}^J \frac{((v_i)_j^k)^2}{a_i}} \exp(-\frac{nx_j}{a_i}), \quad i = 1, 2, j, \dots, m. \quad (15)$$

Manfiy xarakteristik yoʻnalishlarga mos komponentalar uchun esa

$$V_i^k = \Delta x e^{\sum_{j=0}^{J-1} \frac{((v_i)_j^k)^2}{a_i}} \exp(\frac{nx_j}{a_i}), \quad i = m+1, m+2, j, \dots, n. \quad (16)$$

Bu yerda $n > 0$ yetarlicha kichik musbat parametrdir.

Matritsali koʻrinishda Lyapunov funksiyasi quyidagicha yoziladi:

$$V^k = \Delta x e^{\sum_{j=1}^J ((K^+)^{-1} m^+ (nx_j)(v^I)_j^k, (v^I)_j^k)} + \Delta x e^{\sum_{j=0}^{J-1} ((K^-)^{-1} \bar{m} (nx_j)(v^{II})_j^k, (v^{II})_j^k)}. \quad (17)$$

Bu yerda $m^+ (nx_j)$ va $\bar{m} (nx_j)$ mos ravishda eksponensial ogʻirliklarga ega diagonal matritsalar boʻlib, yuqoridagi V_i^k ifodalardagi ogʻirliklarni matritsali shaklda ifodalaydi. Lyapunov funksiyasining bunday tanlanishi sxemaning oqim yoʻnalishiga mos keladi. Musbat xarakteristik yoʻnalishlar uchun eksponenta - nx_j / a_i , manfiy xarakteristik yoʻnalishlar uchun esa nx_j / a_i koʻrinishda olinadi. Bu esa energiyani fazoviy yoʻnalish boʻyicha mos ogʻirliklar bilan baholash imkonini beradi [7], [9].

Quyidagi teorema oqimga qarshi ayirmali sxemaning eksponensial turgʻunligini ifodalaydi.

Teorema. $T > 0$ boʻlsin va Lyapunov diskret funksiyasi (17) formula yordamida aniqlangan boʻlsin. Agar ayirmali toʻr qadamlari KFL shartini qanoatlantirsa, yaʼni

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \max_{1 \leq i \leq n} |a_i| J \leq 1$$

boʻlsa, hamda (11) chegaraviy shartlardagi r va s matritsalar uchun

$$r_2(R) < 1 \quad (18)$$

shart bajarilsa, u holda (9)–(11) boshlangʻich-chegaraviy ayirmali masalaning v_j^k sonli yechimi L_h^2 normada eksponensial turgʻun boʻladi.

Bu teoremaning mazmuni shundan iboratki, oqimga qarshi sxema KFL sharti va chegaraviy dissipativlik sharti bajarilganda sonli yechim energiyasini vaqt boʻyicha nazorat qiladi.

Teoremaning isboti. Isbot Lyapunov funksiyasi yordamida olib boriladi. Avvalo V^k funksionalni tashkil etuvchi W_1^k va W_2^k hadlar alohida baholanadi.

Musbat xarakteristik yoʻnalishlarga mos komponentalar uchun qoʻllanilgan baholashlardan quyidagi tengsizlik olinadi:

$$\frac{V_i^{k+1} - V_i^k}{\Delta t} \leq \sum_{j=1}^J m_i e^{\sum_{j=1}^J \frac{((v_i)_j^k)^2}{a_i}} \exp(-\frac{nx_j}{a_i}) [((v_i)_{j-1}^k)^2 - ((v_i)_j^k)^2], \quad i = 1, 2, j, \dots, m.$$

Ushbu tengsizliklarni $i = 1, j, \dots, m$ boʻyicha qoʻshish natijasida

$$\begin{aligned} \frac{W_1^{k+1} - W_1^k}{\Delta t} J \prod_{i=1}^m e^{m_i} \prod_{j=1}^J \exp\left(-\frac{nx_j}{a_i}\right) [((v_i)_{j-1}^k)^2 - ((v_i)_{j-1}^k)^2] \\ = e^{\prod_{j=1}^J m^+(nx_j)(v^I)_{j-1}^k, (v^I)_{j-1}^k} - \left(m^+(nx_j)(v^I)_j^k, (v^I)_j^k\right) \prod_{j=1}^J \end{aligned} \quad (19)$$

Xuddi shu tarzda manfiy xarakteristik yo‘nalishlarga mos komponentalar uchun quyidagi baholash olinadi:

$$\frac{W_2^{k+1} - W_2^k}{\Delta t} J \prod_{i=m+1}^n e^{m_i} \prod_{j=0}^{J-1} \exp\left(-\frac{nx_j}{a_i}\right) [((v_i)_{j+1}^k)^2 - ((v_i)_j^k)^2].$$

Bundan matritsali ko‘rinishda

$$\frac{W_2^{k+1} - W_2^k}{\Delta t} J \prod_{j=0}^{J-1} e^{\prod_{i=m+1}^n m_i} (nx_j)(v^{II})_{j+1}^k, (v^{II})_{j+1}^k - \left(m_i(nx_j)(v^{II})_j^k, (v^{II})_j^k\right) \prod_{i=m+1}^n \quad (20)$$

Endi (19) va (20) tengsizliklar qo‘shiladi. Natijada ichki hadlar mos ravishda qisqaradi va chegaraviy hadlar ajralib chiqadi. Shu asosda quyidagi bahoga ega bo‘lamiz:

$$\frac{V^{k+1} - V^k}{\Delta t} J - nV^k + W^k. \quad (21)$$

Bu yerda W^k chegaraviy hadlardan hosil bo‘lgan kvadratik formani bildiradi. Chegaraviy shartlar

$$\begin{aligned} (v^I)_0^k &= s(v^{II})_0^k, \\ (v^{II})_J^k &= r(v^I)_J^k. \end{aligned}$$

dan foydalanib, W^k chegaraviy qiymatlar orqali ifodalanadi. Spektral shart

$$r_2(R) < 1$$

bajarilganda, mos ravishda D_0 va D_1 qat’iy musbat aniqlangan matritsalar mavjud bo‘lib,

$$P \Delta R \Delta^{-1} P < 1, \Delta = \text{diag}(D_0, D_1) \quad (22)$$

tengsizlik bajariladi. Bunday algebraik shart chegaraviy kvadratik formaning musbat energiyani oshirmasligini ta’minlaydi [8]. Bundan chegaraviy kvadratik formaning manfiy aniqlangan bo‘lishi kelib chiqadi. Demak, yetarlicha kichik $n > 0$ uchun

$$W^k J \geq 0$$

bo‘ladi. Shuning uchun (21) dan

$$\frac{V^{k+1} - V^k}{\Delta t} J - nV^k \quad (23)$$

tengsizlik hosil qilinadi. Bu tengsizlikdan

$$\begin{aligned} V^{k+1} J (1 - \Delta t n) V^k \\ V^{k+1} < (1 - \Delta t n)^{k+1} V^0 J e^{-nt_{k+1}} V^0, \quad k = 0, j, N-1. \\ V^k J e^{-nt_k} V^0. \end{aligned} \quad (24)$$

Lyapunov funksiyasi V^k diskret L_h^2 norma bilan ekvivalent bo‘lganligi sababli shunday musbat C_1 va C_2 o‘zgarmaslar mavjudki,

$$\begin{aligned}
& C_1 [\Delta x e^{((v^I)_j^k, (v^I)_j^k)} | \Delta x e^{((v^{II})_j^k, (v^{II})_j^k)}] J V^k \\
& V^0 J C_2 [\Delta x e^{((v^I)_j^0, (v^I)_j^0)} | \Delta x e^{((v^{II})_j^0, (v^{II})_j^0)}] \cdot \\
& \Delta x e^{((v^I)_j^k, (v^I)_j^k)} + \Delta x e^{((v^{II})_j^k, (v^{II})_j^k)} \\
& J C e^{-n_k} [\Delta x e^{((v^I)_j^0, (v^I)_j^0)} | \Delta x e^{((v^{II})_j^0, (v^{II})_j^0)}],
\end{aligned}$$

bu yerda

$$C = \frac{C_2}{C_1}.$$

Demak, (9)–(11) boshlang‘ich-chegaraviy ayirmali masalaning sonli yechimi L_h^2 normada eksponensial turg‘un bo‘ladi. Teorema isbotlandi.

VI. SONLI EXPERIMENT.

Quyidagi ikki komponentali chiziqli giperbolik sistema qaralsin:

$$\begin{aligned}
\frac{v_1}{t} + \frac{v_1}{x} &= 0, \\
\frac{v_2}{t} - \frac{v_2}{x} &= 0,
\end{aligned} \quad 0 < x < 1, \quad t > 0. \quad (25)$$

Bu sistema

$$\frac{v}{t} + K \frac{v}{x} = 0$$

ko‘rinishga mos keladi. Bu yerda

$$\begin{aligned}
v &= \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\
K^+ &= 1, \quad K^- = 1, \\
v^I &= v_1, \quad v^{II} = v_2.
\end{aligned}$$

Birinchi tenglama musbat xarakteristik tezlikka ega, ya‘ni v_1 komponenta chapdan o‘ngga tarqaladi. Ikkinchi tenglama esa manfiy xarakteristik tezlikka ega, ya‘ni v_2 komponenta o‘ngdan chapga tarqaladi.

Chegaraviy shartlarni quyidagicha olamiz:

$$v_1(t, 0) = \frac{1}{2} v_2(t, 0), \quad (26)$$

$$v_2(t, 1) = \frac{1}{2} v_1(t, 1). \quad (27)$$

Bu yerda $s = \frac{1}{2}$, $r = \frac{1}{2}$. Demak, chegaradan qaytuvchi oqim kuchaymaydi. Haqiqatan ham, chegaraviy qaytish koeffitsiyentlari birdan kichik:

$$|s| < 1, |r| < 1.$$

Sodda skalyar holatda bu shart $r_2(R) < 1$ turg‘unlik shartiga mos keladi.

Boshlang'ich shart sifatida quyidagi funksiyalarni tanlaymiz:

$$v_1(x, 0) = \sin(px), \quad v_2(x, 0) = \sin(px). \quad (28)$$

Bu boshlang'ich shartlar chegaralarda moslikni buzmaydi, chunki $\sin(0) = 0$, $\sin(p) = 0$.

Endi $[0, 1]$ kesmada ayirmali to'rt kiritamiz:

$$x_j = j\Delta x, j = 0, 1, j, J, t^k = k\Delta t, k = 0, 1, j, N.$$

$$\Delta x = 0.01, \quad \Delta t = 0.005.$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = 0.5.$$

Maksimal xarakteristik tezlik $\max_{1 \leq j \leq 2} |a_j| = 1$ bo'lganligi sababli KFL sharti bajariladi:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \max_{1 \leq j \leq 2} |a_j| = 0.5 \leq 1. \quad (29)$$

Endi oqimga qarshi ayirmali sxema quyidagicha yoziladi. Birinchi komponenta uchun chap ayirma olinadi:

$$(v_1)_j^{k+1} = (v_1)_j^k - l \left((v_1)_j^k - (v_1)_{j-1}^k \right), j = 1, j, J, \quad (30)$$

ikkinchi komponenta uchun esa o'ng ayirma olinadi:

$$(v_2)_j^{k+1} = (v_2)_j^k - l \left((v_2)_j^k - (v_2)_{j+1}^k \right), j = 0, j, J-1, \quad (31)$$

$$l = \frac{\Delta t}{\Delta x} = 0.5.$$

Chegaraviy shartlar ayirmali ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$(v_1)_0^k = \frac{1}{2}(v_2)_0^k, \quad (32)$$

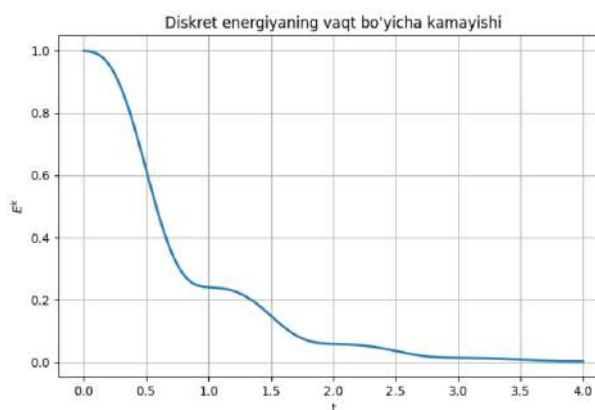
$$(v_2)_J^k = \frac{1}{2}(v_1)_J^k. \quad (33)$$

Sonli yechimning diskret energiyasini quyidagicha aniqlaymiz:

$$E^k = \Delta x \sum_{j=1}^J ((v_1)_j^k)^2 + \Delta x \sum_{j=0}^{J-1} ((v_2)_j^k)^2. \quad (34)$$

Bu kattalik nazariyadagi diskret L_h^2 norma kvadratiga mos keladi. Agar sxema eksponensial turg'un bo'lsa, E^k vaqt o'tishi bilan kamayib borishi kerak.

Hisoblash natijalari quyidagi grafikda keltiriladi:



Grafikdan ko'rinadiki, vaqt ortishi bilan diskret energiya kamayib bormoqda. Bu holat nazariy natijaga mos keladi. Ya'ni oqimga qarshi ayirmali sxema KFL sharti bajarilganda va

chegaraviy qaytish koeffitsiyentlari birdan kichik bo'lganda sonli yechimni turg'un saqlaydi. Ushbu misolda

$$E^k J C e^{-ht_k} E^0$$

ko'rinishidagi baho bajarilishi amaliy jihatdan kuzatiladi. Demak, qaralayotgan ikki komponentali giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema diskret L_h^2 normada eksponensial turg'unlik xossasiga ega.

Olingan natijaning mazmuni. Olingan natija shuni ko'rsatadiki, chiziqli giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema xarakteristik yo'nalishlarga mos qurilganda sonli yechimning turg'unligini ta'minlash mumkin. Bunda sistema avval kanonik ko'rinishga keltiriladi va xarakteristik tezliklar musbat hamda manfiy qismlarga ajratiladi.

Musbat xarakteristik tezliklarga mos komponentalar uchun chap ayirma, manfiy xarakteristik tezliklarga mos komponentalar uchun esa o'ng ayirma qo'llanadi. Shu sababli sxema differensial sistemaning fizik mazmuniga, ya'ni axborotning tarqalish yo'nalishiga mos keladi [4], [6].

KFL sharti vaqt va fazo qadamlari orasidagi muhim bog'lanishni belgilaydi. Ushbu shart bajarilganda sonli sxemaning axborot tarqalish sohasi differensial masalaning xarakteristik tarqalish sohasi bilan moslashadi [1], [3].

Chegaraviy shartlardagi r va s matritsalar uchun

$$r_2(R) < 1$$

shart bajarilishi chegaradan qaytuvchi oqimning kuchayib ketmasligini ta'minlaydi. Aynan shu shart Lyapunov funksiyasining kamayishida muhim rol o'ynaydi. Bu jihat Aloyev va hammualliflarining oqimga qarshi ayirmali sxemalar eksponensial turg'unligiga oid natijalari bilan mazmunan mos keladi [8], [9].

Diskret Lyapunov funksiyasi esa sonli yechim energiyasini baholashga xizmat qiladi. Uning vaqt bo'yicha kamayishi yechimning eksponensial turg'unligini bildiradi. Natijada sonli yechim uchun

$$Pv^k P_{L_h^2}^2 J C e^{-nt_k} Pv^0 P_{L_h^2}^2$$

ko'rinishidagi baho hosil qilinadi.

VII. XULOSA.

Ushbu maqolada chiziqli giperbolik sistema uchun oqimga qarshi ayirmali sxema va uning eksponensial turg'unligi o'rganildi. Dastlab sistema giperboliklik sharti asosida kanonik ko'rinishga keltirildi. Kanonik ko'rinishda xarakteristik tezliklar musbat va manfiy qismlarga ajratildi. Bu ajratish sonli sxemani oqim yo'nalishiga mos ravishda qurish imkonini berdi.

Aralash boshlang'ich-chegaraviy masala uchun ayirmali to'g'ri kiritilib, musbat xarakteristik komponentalar uchun chap ayirma, manfiy xarakteristik komponentalar uchun esa o'ng ayirma asosida oqimga qarshi sxema hosil qilindi. Sxemaning turg'unligini ta'minlash uchun Kurant–Fridriks–Levi sharti keltirildi.

Sonli yechimning eksponensial turg'unligi diskret L_h^2 normada ta'riflandi. Turg'unlikni isbotlash uchun eksponensial og'irliklarga ega diskret Lyapunov funksiyasi tanlandi. Ushbu funksional yordamida chegaraviy shartlardagi matritsalar uchun $r_2(R) < 1$ shart bajarilganda

$$\frac{V^{k+1} - V^k}{\Delta t} J - nV^k$$

tengsizlik hosil qilindi. Bu esa Lyapunov funksiyasining vaqt bo'yicha eksponensial kamayishini bildiradi.

Natijada (9)–(11) boshlang'ich-chegaraviy ayirmali masalaning sonli yechimi uchun

$$Pv^k P_{L_h^2}^2 J C e^{-nt_k} Pv^0 P_{L_h^2}^2$$

ko‘rinishidagi baho olindi. Demak, oqimga qarshi ayirmali sxema KFL sharti va mos chegaraviy spektral shart bajarilganda L_h^2 normada eksponensial turg‘un bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] Courant R., Friedrichs K., Lewy H. Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 1928, Vol. 100, pp. 32–74.

[2] Godunov S. K., Ryabenkii V. S. *Theory of Difference Schemes*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1964.

[3] Richtmyer R. D., Morton K. W. *Difference Methods for Initial-Value Problems*. 2nd ed. New York: Interscience Publishers, 1967.

[4] LeVeque R. J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

[5] Strikwerda J. C. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*. 2nd ed. Philadelphia: SIAM, 2004.

[6] Blokhin A. M., Aloev R. D. *Energy Integrals and Their Applications to the Study of the Stability of Difference Schemes*. Novosibirsk: Novosibirsk State University Press, 1993.

[7] Aloev R. D., Khudoyberganov M. U. A Discrete Analogue of the Lyapunov Function for Hyperbolic Systems. *Journal of Mathematical Sciences*, 2022. DOI: 10.1007/s10958-022-06028-y.

[8] Aloev R. D., Nematova D. E. An Algebraic Condition for the Exponential Stability of an Upwind Difference Scheme for Hyperbolic Systems. *Contemporary Mathematics. Fundamental Directions*, 2022, Vol. 68, No. 1, pp. 25–40. DOI: 10.22363/2413-3639-2022-68-1-25-40.

[9] Aloev R. D., Eshkuvatov Z. K., Khudoyberganov M. U., Nematova D. E. The Difference Splitting Scheme for n-Dimensional Hyperbolic Systems. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, 2022, Vol. 16, No. 1, pp. 1–10. DOI: 10.47836/mjms.16.1.01.

[10] Aloev R. D., Eshkuvatov Z. K., Khudoyberganov M. U., Nematova D. E. The Difference Splitting Scheme for Hyperbolic Systems with Variable Coefficients. *Mathematics and Statistics*, 2019, Vol. 7, No. 3, pp. 82–89. DOI: 10.13189/ms.2019.070305.

[11] Aloev R. D., Khudoyberganov M. U., Blokhin A. M. Construction and Research of Adequate Computational Models for Quasi-Linear Hyperbolic Systems. *Numerical Algebra, Control and Optimization*, 2018, Vol. 8, No. 3, pp. 287–299. DOI: 10.3934/naco.2018017.

[12] Bastin G., Coron J.-M. *Stability and Boundary Stabilization of 1-D Hyperbolic Systems*. Basel: Birkhäuser, 2016.

MUALLIFLAR HAQIDA MA'LUMOT

Fazliddin Abduxalilov To‘lanboy o‘g‘li –

¹Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti, Amaliy matematika va IT fakulteti 2-kurs magistranti. ²Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti akademik litseyi, matematika kafedrası bosh o‘qituvchisi. Emila: @fazliddin.2003.06@gmail.com.

Bozorova Orzigul Ro‘zimurodovna –

Toshkent Irrigatsiya va qishloq xo‘jaligini mexanizatsiyalash muxandislari instituti, Milliy tadqiqot universiteti 1-kurs doktoranti. Emile: @o.bozorova@tiame.uz.

HORIZON STRUCTURE OF A BLACK HOLE SURROUNDED BY PERFECT FLUID IN RASTALL GRAVITY

Mirjavohir Mirov Faxriddinovich¹, Abubakir Shermatov Bahranovich¹, Alisher Latifovich Abduvokhidov²

¹Institute of Fundamental and Applied Research, National Research University TIAME, Kori Niyoziy 39, Tashkent 100000, Uzbekistan mirjavohirfaxriddinovich@gmail.com

²Andijan state University, Universitet Str.129, Andijan 170100, Uzbekistan Email: alisherabduvohidovl@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu ishda Rastall gravitatsiyasida mukammal suyuqlik bilan o'ralgan statik sferik-simmetrik qora tuynukning gorizont tuzilishi o'rganiladi. Rastall maydon tenglamalaridan boshlab, biz metrik funksiyani hosil qilamiz va $f(r) = 0$ gorizont shartini tahlil qilamiz. Tahlil uchta muhim suyuqlik konfiguratsiyasi bilan cheklanadi: $\omega = -4/3$, $\omega = -2/3$ va $\omega = 1/2$ ular mos ravishda fantom modda, kvintessensiyaga o'xshash modda hamda musbat bosimli taqqoslovchi holatga to'g'ri keladi. Asosiy e'tibor Rastall gravitatsion doimiysi K , Rastall parametri λ va suyuqlik parametri N ning gorizont radiusiga ta'siriga qaratiladi. Olingan natijalar gorizont deformatsiyasi asosan suyuqlik hadi ko'rsatkichidagi η eksponenta bilan boshqarilishini ko'rsatadi, uning xatti-harakati esa holat tenglamasiga bog'liq ravishda o'zgaradi. Xususan, fantom va kvintessensiyaga o'xshash holatlar Shvartschild limitidan kuchliroq og'adi, $\omega = 1/2$ holati esa unga ancha yaqin bo'lib qoladi. Bu natija turli suyuqlik muhitlari Rastall gravitatsiyasida qora tuynuk gorizontlarini qanday o'zgartirishini sodda geometrik manzara orqali ifodalaydi.

Kalit so'zlar: Rastall gravitatsiyasi, qora tuynuk gorizonti, mukammal suyuqlik, gorizont tuzilishi, Kiselev turidagi yechim, metrik funksiya, modifikatsiyalangan gravitatsiya.

Аннотация: В данной работе исследуется структура горизонта статической сферически-симметричной чёрной дыры, окружённой идеальной жидкостью, в гравитации Расталла. Исходя из полевых уравнений Расталла, мы выводим метрическую функцию и анализируем условие горизонта $f(r) = 0$. Рассмотрение ограничено тремя характерными конфигурациями жидкости: $\omega = -4/3$, $\omega = -2/3$ и $\omega = 1/2$ которые соответствуют фантомной материи, квинтэссенциеподобной материи и сравнительному случаю с положительным давлением. Основное внимание уделяется тому, как гравитационная постоянная Расталла K , параметр Расталла λ и параметр жидкости N влияют на радиус горизонта. Полученные результаты показывают, что деформация горизонта в основном определяется показателем η в жидкостном члене, поведение которого меняется в зависимости от уравнения состояния. В частности, случаи фантомной и квинтэссенциеподобной материи сильнее отклоняются от предела Шварцшильда, тогда как случай $\omega = 1/2$ остаётся значительно ближе к нему. Это даёт простую геометрическую картину того, как различные жидкостные среды модифицируют горизонты чёрных дыр в гравитации Расталла.

Ключевые слова: гравитация Расталла, горизонт чёрной дыры, идеальная жидкость, структура горизонта, решение типа Киселёва, метрическая функция, модифицированная гравитация.

Abstract. We examine the horizon structure of a static spherically symmetric black hole surrounded by a perfect fluid in Rastall gravity. Starting from the Rastall field equations, we derive the metric function and study the horizon condition $f(r) = 0$. The analysis is limited to three representative fluid configurations, $\omega = -4/3$, $\omega = -2/3$, and $\omega = 1/2$, corresponding to phantom matter, quintessence-like matter, and a positive-pressure comparative case. We focus on how Rastall's gravitational constant K , the Rastall parameter λ , and the fluid parameter N affect the horizon radius. The results show that the deformation of the horizon is governed mainly by the exponent η of the fluid term, whose behavior changes with the equation of state. In particular, the phantom and quintessence-like cases deviate more strongly from the Schwarzschild limit, whereas the $\omega = 1/2$ case

remains much closer to it. This provides a simple geometrical picture of how different fluid environments modify black hole horizons in Rastall gravity.

Keywords: *Rastall gravity, black hole horizon, perfect fluid, horizon structure, Kiselev-type solution, metric function, modified gravity.*

I. Introduction.

The accelerated expansion of the Universe is usually described either by a cosmological constant or by an effective matter source with negative pressure [1-6]. From this point of view, it is natural to ask how an external fluid may alter the geometry of a black hole spacetime.

A familiar example in general relativity is the Kiselev solution, which describes a static spherically symmetric black hole surrounded by a perfect fluid [7]. In that setting, the surrounding matter modifies the Schwarzschild geometry through an additional radial term, so the horizon position depends on the properties of the fluid. This makes Kiselev-type spacetimes a useful starting point for studying how matter environments influence black hole geometry.

The same question becomes more interesting in Rastall gravity [8], where the usual conservation law of the energymomentum tensor is relaxed. Because of this non-minimal relation between matter and geometry, the fluid contribution to the metric is modified, and the resulting black hole solution can differ appreciably from its general-relativistic counterpart. A number of black hole and cosmological solutions in Rastall gravity have been discussed in the literature [9-19].

In the present work, we focus only on the horizon structure of a static black hole surrounded by a perfect fluid in Rastall gravity. The analysis is restricted to the metric function and the equation $f(r) = 0$. To compare different fluid behaviors, we consider the three representative choices

$$\omega = -\frac{4}{3}, \omega = -\frac{2}{3}, \omega = \frac{1}{2}$$

which correspond to phantom matter, quintessence-like matter, and a positive-pressure comparative case, respectively. Our aim is to show how the horizon radius changes

with Rastall's gravitational constant K , the Rastall parameter λ , and the fluid parameter N .

The paper is organized as follows. In Sec. II, we derive the metric function and analyze the corresponding horizon condition. In Sec. III, we summarize the main results.

Field equations and metric function.

We consider a static spherically symmetric spacetime described by the Schwarzschild-type line element

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

where

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2. \quad (2)$$

The function $f(r)$ fully determines the radial structure of the geometry, and its roots specify the location of the horizon. Since our aim is restricted to horizon properties, the analysis may be carried out directly at the level of the metric function without invoking additional dynamical quantities.

The surrounding matter is modeled by a spherically symmetric energy-momentum tensor of the form

$$T_t^t = A(r), T_i^t = 0, T_j^i = C(r)r^i r_j + B(r)\delta_j^i, \quad (3)$$

together with the perfect-fluid equation of state

$$p = \omega\rho. \quad (4)$$

In the general-relativistic case, this setup leads to the Kiselev-type black hole solution, where the influence of the surrounding fluid appears through an additional radial term in the metric function [7]. In the present work, we adopt the same general strategy, but within the Rastall framework, where the coupling between geometry and matter is modified.

In Rastall gravity, the standard covariant conservation law of the energymomentum tensor is replaced by

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu = \lambda \nabla_\nu R, \quad (5)$$

where λ is the Rastall parameter and R is the Ricci scalar [8]. Using K to denote Rastall's gravitational constant, the corresponding field equations can be written as

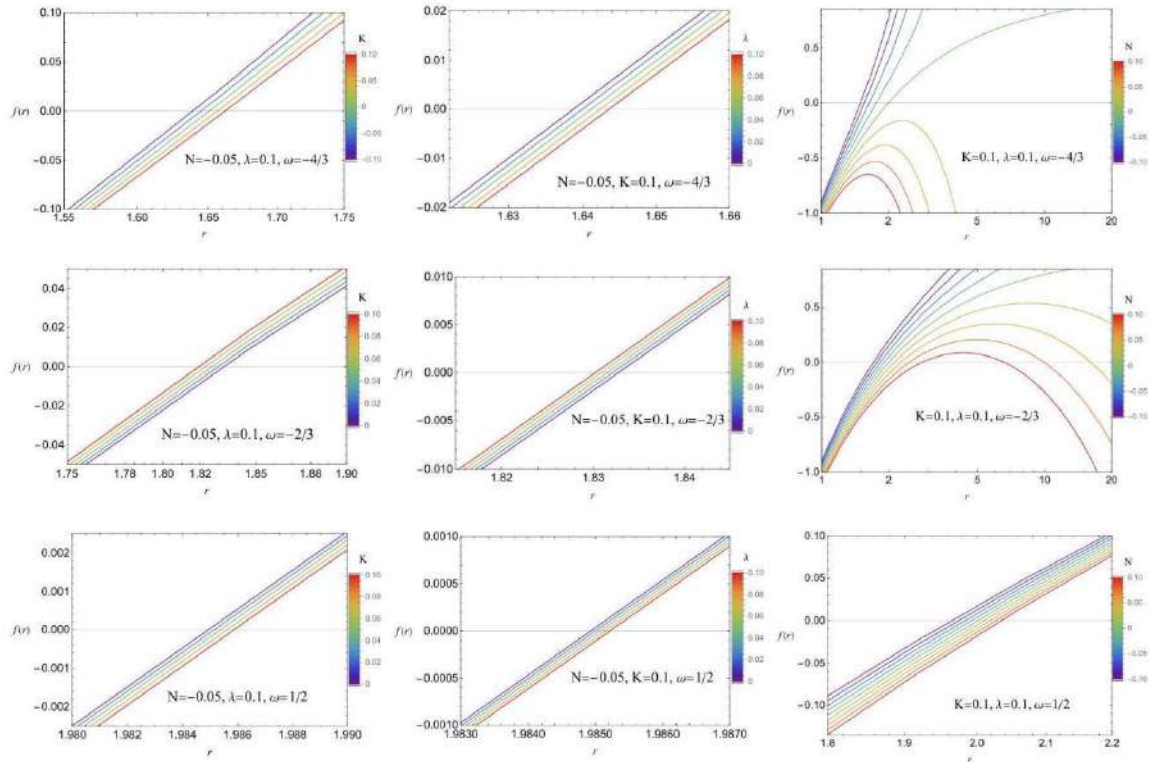


Fig. 1. Metric function $f(r)$ for $M = 1$ under variations of K (left column), λ (middle column), and N (right column). The rows correspond to $\omega = -4/3$, $\omega = -2/3$, and $\omega = 1/2$, respectively.

$$G_{\nu}^{\mu} + \lambda K \delta_{\nu}^{\mu} R = K T_{\nu}^{\mu}. \quad (6)$$

This modification implies that the gravitational response to matter is no longer identical to that of general relativity, even when the same matter source is considered. As a result, the surrounding fluid changes the metric in a way that depends not only on its equation of state, but also on the Rastall coupling itself [9, 10].

Taking the trace of Eq. (6), one finds

$$R(4K\lambda - 1) = KT \quad (7)$$

This relation shows explicitly that the curvature scalar is algebraically linked to the trace of the matter source. Hence, for nonvacuum configurations, the parameter λ directly affects the structure of the field equations and, consequently, the form of the resulting black hole solution.

To construct the spacetime supported by a surrounding perfect fluid, we follow the Kiselev prescription and its Rastall extension [7,9,11]. In particular, we assume a power-law density profile,

$$\rho(r) = Ar^{\beta}, \quad (8)$$

where A and β are constants to be determined from the field equations. Substituting this ansatz into the Rastall equations yields

$$\beta = -\frac{3(1 + \omega) - 12K\lambda(1 + \omega)}{1 - 3K\lambda(1 + \omega)}, \quad (9)$$

and

$$A = \frac{3N(1 - 4K\lambda)(K\lambda(1 + \omega) - \omega)}{K(1 - 3K\lambda(1 + \omega))^2}, \quad (10)$$

where N is an integration constant associated with the intensity of the surrounding fluid [9]. The parameter N determines the overall strength of the matter contribution, while the exponent β governs its radial behavior.

The resulting metric function takes the form

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} - Nr^\eta, \quad (11)$$

where the exponent is given by

$$\eta = -\frac{1 + 3\omega - 6K\lambda(1 + \omega)}{1 - 3K\lambda(1 + \omega)} \quad (12)$$

The black hole mass is denoted by M , and throughout this work we adopt the normalized choice

$$M = 1 \quad (13)$$

Equation (11) makes clear that the role of the surrounding matter is entirely encoded in the last term, whose strength is controlled by N and whose radial behavior is determined by η . Therefore, from the viewpoint of horizon analysis, the exponent η is the key quantity.

It is instructive to consider the Einstein limit $\lambda \rightarrow 0$. In this case, Eq. (12) reduces to

$$\eta \rightarrow -1 - 3\omega \quad (14)$$

and Eq. (11) recovers the standard Kiselev form [7]. This limit provides a useful consistency check and shows that the Rastall correction may be viewed as a deformation of the usual perfect-fluid black hole geometry. Related black-hole solutions in Rastall gravity have also been discussed in several contexts, including static spherical configurations and matter-supported spacetimes [12–21].

For the three representative values of ω considered in this paper, Eq. (12) becomes

$$\eta_{\text{ph}} = \frac{3 - 2K\lambda}{1 + K\lambda}, \omega = -\frac{4}{3} \quad (15)$$

$$\eta_{\text{q}} = \frac{1 + 2K\lambda}{1 - K\lambda}, \omega = -\frac{2}{3} \quad (16)$$

$$\eta_{1/2} = -\frac{5 - 18K\lambda}{2 - 9K\lambda}, \omega = \frac{1}{2} \quad (17)$$

These expressions already show that the effect of the surrounding fluid is qualitatively different in the three cases. In the phantom and quintessence-like configurations, the exponent remains positive in the considered parameter domain, whereas for the positive-pressure comparative case it becomes negative. This difference is central for the horizon behavior discussed in the next subsection.

Horizon structure.

The event horizon is determined by the condition that the inverse radial component of the metric vanishes, or equivalently,

$$f(r_h) = 0. \quad (18)$$

Using Eq. (11), one obtains

$$1 - \frac{2M}{r_h} - Nr_h^\eta = 0 \quad (19)$$

For the normalized choice $M = 1$, this equation reduces to

$$1 - \frac{2}{r_h} - Nr_h^\eta = 0 \quad (20)$$

In general, Eq. (20) cannot be solved analytically for arbitrary values of η , and the horizon radius must be determined numerically. The physically relevant event horizon is identified with the largest positive root of the metric function [7, 9, 11].

Equation (20) shows that the horizon structure is governed by the competition between the Schwarzschild term $2/r$ and the surrounding-fluid contribution Nr^η . The role of the latter is controlled not only by the fluid intensity parameter N , but also by the exponent η , which depends on the equation-of-state parameter ω and on the Rastall combination $K\lambda(1 + \omega)$. Therefore, the

effect of the surrounding matter on the horizon is not universal and must be analyzed separately for different fluid regimes.

A key point is the sign of η . When $\eta > 0$, the term Nr^η grows with radial distance, so its contribution remains effective over a wider range of r . In contrast, when $\eta < 0$, the fluid term decays at large distance and its influence becomes more localized near the black hole. This distinction immediately separates the three cases studied here: the phantom and quintessence-like configurations correspond to positive exponents, whereas the positive-pressure comparative case leads to a negative exponent. As a consequence, the same variation of K, λ , or N produces different horizon responses in different fluid environments [15–17, 19].

The parameter N sets the overall strength of the surrounding-fluid term and therefore produces the most direct shift of the horizon radius. By contrast, the parameters K and λ modify the horizon more indirectly through the exponent η . This means that their influence is encoded in the radial scaling of the matter term rather than in a simple linear displacement. In this sense, Rastall gravity changes the horizon structure not only through the amplitude of the fluid correction, but also through its radial profile.

Figure 1 illustrates the behavior of the metric function under variations of K, λ , and N for the three representative values of ω . In all panels, the horizon position is identified by the intersection of the curves with the line $f(r) = 0$. The plots show that the root shifts more strongly in the phantom case, more moderately in the quintessence-like case, and only weakly in the positive-pressure comparative case. They also indicate that variations of N produce the clearest displacement of the root, while the effects of K and λ are smoother and are mediated by the corresponding change in η . For the parameter range considered here, the horizon shift remains smooth, which indicates that the

Rastall correction does not introduce an abrupt change in the causal structure of the spacetime. Instead, the effect appears through a gradual displacement of the root of the metric function as the surrounding-fluid contribution is varied. This behavior is particularly clear in the comparison between the three fluid sectors: in the phantom and quintessence-like cases, the positive exponent keeps the matter term effective over a broader radial interval, whereas in the positive-pressure case the negative exponent suppresses that contribution away from the black hole. From this viewpoint, the horizon radius may be interpreted as a direct geometric measure of how efficiently the surrounding fluid couples to the background through the Rastall modification.

These features provide a simple geometric interpretation of the model. Positive values of the exponent enhance the contribution of the surrounding field and lead to a stronger departure from the Schwarzschild horizon, whereas a negative exponent suppresses that contribution at larger radii and keeps the geometry closer to the Schwarzschild limit. Thus, even within the same Rastall framework, different choices of the surrounding fluid lead to qualitatively distinct horizon patterns. This point will be summarized in the concluding section.

Conclusion.

In this work, we examined the horizon structure of a static spherically symmetric black hole surrounded by a perfect fluid in Rastall gravity. Since the analysis was restricted to the metric function and the horizon condition $f(r) = 0$, the role of the model parameters can be seen in a direct geometrical way. The main results may be summarized as follows:

- Starting from the Rastall field equations, we derived the corresponding metric function and found that the surrounding matter enters through an additional radial term whose behavior is controlled by the exponent η .
- Unlike the general-relativistic Kiselev case, the exponent η is modified by the Rastall coupling. As a result, the geometry depends not only on the equation of state of the fluid, but also on the combination $K\lambda(1 + \omega)$, which changes the radial profile of the matter contribution.

- The horizon radius is determined by the largest positive root of the metric function. In general, this root cannot be written in closed analytic form for arbitrary parameter values, so the parameter dependence of the horizon must be examined numerically.
- The obtained results show that the response of the horizon is strongly affected by the type of surrounding fluid. For the phantom configuration, the exponent remains positive and relatively large, so the matter term contributes more efficiently and the deviation from the Schwarzschild limit becomes the strongest.
- For the quintessence-like configuration, the same qualitative behavior is preserved, but the deformation is weaker. In this sense, the quintessence-like case may be regarded as an intermediate regime between the strongly deformed phantom geometry and the more weakly modified positive-pressure case.
- In the positive-pressure comparative case, the exponent becomes negative. This changes the role of the matter term in an essential way, since its contribution decreases at larger radii. Consequently, the horizon remains comparatively close to the Schwarzschild geometry.
- Among the model parameters, N produces the most direct displacement of the horizon radius because it controls the overall strength of the surrounding-fluid term. By contrast, K and λ act more indirectly through their influence on the exponent η , and therefore modify the horizon through the radial scaling of the matter contribution.
- The comparison of the three fluid configurations shows that even within the same Rastall framework, different matter environments lead to qualitatively different horizon patterns. This makes the horizon structure a useful geometric indicator of how the equation of state of the surrounding fluid and the Rastall coupling act together in shaping the spacetime. The results obtained here provide a concise characterization of perfect-fluid black holes in Rastall gravity and may be useful for further studies of matter-supported black hole geometries in modified gravity.

References

- [1] A. G. e. a. Riess, *Astron. J.* 116, 1009 (1998).
- [2] S. e. a. Perlmutter, *Astrophys. J.* 517, 565 (1999).
- [3] V. Sahni and A. A. Starobinsky, *Int. J. Mod. Phys. D* 9, 373 (2000).
- [4] R. R. Caldwell, *Phys. Lett. B* 545, 23 (2002).
- [5] R. R. Caldwell, M. Kamionkowski, and N. N. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* 91, 071301 (2003).
- [6] E. J. Copeland, M. Sami, and S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* 15, 1753 (2006).
- [7] V. V. Kiselev, *Class. Quantum Grav.* 20, 1187 (2003).
- [8] P. Rastall, *Phys. Rev. D* 6, 3357 (1972).
- [9] Y. Heydarzade and F. Darabi, *Phys. Lett. B* 771, 365 (2017).
- [10] H. e. a. Moradpour, *Eur. Phys. J. C* 77, 259 (2017).
- [11] Y. e. a. Heydarzade, *Can. J. Phys.* 95, 1253 (2017).
- [12] E. R. Bezerra de Mello, J. C. Fabris, and B. Hartmann, *Class. Quantum Grav.* 32, 085009 (2015).
- [13] A. M. e. a. Oliveira, *Phys. Rev. D* 92, 044020 (2015).
- [14] K. A. e. a. Bronnikov, *Gen. Relativ. Gravit.* 48, 162 (2016).
- [15] A. M. e. a. Oliveira, *Phys. Rev. D* 93, 124020 (2016).
- [16] H. Moradpour, *Phys. Lett. B* 757, 187 (2016).
- [17] S. G. Ghosh, *Eur. Phys. J. C* 76, 222 (2016).
- [18] I. e. a. Licata, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 14, 1730003 (2017).
- [19] V. B. e. a. Bezerra, *Gen. Relativ. Gravit.* 54, 109 (2022).
- [20] A. F. Santos and S. C. Ulhoa, *Mod. Phys. Lett. A* 30, 1550039 (2015).
- [21] M. S. Ma and R. Zhao, *Eur. Phys. J. C* 77, 629 (2017).

UDK. 512.54

 $|G| = p^3$ BO'LGAN GRUPPANI MARKAZI VA KOMMUTANTI YORDAMIDA TASNIFI

S.S.Jo'raboyev, M. A.Abdumitalipova

Farg'ona davlat universiteti, O'zbekiston, 150100, Farg'ona shahri, Murabbiylar ko'chasi, 19-uy

Annotatsiya. Ushbu maqolada tartibi $|G| = p^3$ bo'lgan gruppalarining tuzilishi o'rganiladi, bu yerda p – tub son. Bunday gruppalar chekli p -gruppalarining eng sodda, ammo mazmunli sinflaridan biri hisoblanadi. Aynan shu tartibda gruppaning markazi, faktor-gruppasi va kommutanti o'rtasidagi bog'lanish yaqqol ko'rinadi. Ushbu ishda gruppalar markazi va kommutatorlari yordamida qanday sinflarga bo'linishi tahlil qilingan. Dastlab kommutativ bo'lgan hol, so'ng nokommutativ bo'lgan hollar batafsil o'rganib chiqilgan.

Kalit so'zlar. gruppalar tartibi; p -gruppalar; kommutant; markaz; noabel gruppasi

Аннотация. В данной статье исследуется структура групп порядка, где p – простое число. Такие группы представляют собой один из наиболее простых, но вместе с тем содержательных классов конечных p -групп. Именно при данном порядке особенно наглядно проявляется взаимосвязь между центром группы, фактор-группой и её коммутантом. В работе проведён анализ разбиения таких групп на классы с использованием центра группы и коммутаторной подгруппы. Сначала рассматривается коммутативный случай, затем подробно изучаются некоммутирующие случаи.

Ключевые слова: порядок группы; p -группа; коммутант; центр группы; неабелева группа.

Kirish.

Ma'lumki, tartibi p^k (p – tub son, $k \geq 1$) ko'rinishda aniqlangan gruppalar p – *gruppalar* deyiladi, [2]. Chekli tartibli gruppalarni jumladan, *p -gruppalarini tasniflash masalasi* Gruppalar nazariyasining muhim, shu bilan bir qatorda klassik masalalaridan biri hisoblanadi. Zamonaviy adabiyotlarda tartibi p^3 bo'lgan gruppalar to'liq tasniflangan bo'lib, noabel bo'lgan holda gruppalar markazi va kommutantining ustma-ust tushishi, asosiy strukturaviy belgi sifatida qaraladi. Shu bois mazkur mavzuning dolzarbligi yangi tasnif natijasini olishda emas, balki klassik natijalarni markaz va kommutant orqali tizimli yoritish hamda ularni umumiy p -gruppalar nazariyasi bilan bog'lashda namoyon bo'ladi.

Tadqiqotning asosiy maqsadi tartibi p^3 bo'lgan ixtiyoriy gruppalar ularning markazi va kommutanti yordamida tahlil qilishdir.

Adabiyotlar tahlili va metadologiyasi

Bunday turdagi masalalar bilan Glauberman, Yanko kabi yetakchi olimlar tadqiqot olib borishgan, [3-4]. Chekli sodda gruppalar to'liq holda tasniflangan bo'lsa-da, chekli p -gruppalarini klassik ma'noda tasniflashning iloji yo'q. Sababi, p^k qiymatdagi k ning qiymati ortib borgani sari gruppalar tarkibida ko'plab qat'iy tartibdagi izomorf bo'lmagan p -gruppalar aniqlanadi. Bu esa tasniflash masalasini murakkablashtirib boradi. Angliyalik olim Graham Higman o'z tadqiqotlarida tartibi p^k bo'lgan gruppalar soni $p^{\frac{2}{27}k^3}$ tezlik bilan ortib borishini ko'rsatadi, [5].

NATIJALAR VA MUHOKAMALAR

1. **Dastlabki natijalar.** Aytaylik, G ixtiyoriy gruppalar bo'lsin. G gruppalarining

markazi deb, quyidagi
 $Z(G) = \{x \in G: xg = gx \text{ barcha } g \in G \text{ uchun}\}$
to'plamga, kommutanti deb

$$G' = [G, G] = \langle [x, y] \mid x, y \in G \rangle$$

to'plamga aytiladi, bu yerda $[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy$. Shuningdek, tartibi (gruppa elementlari soni) p^k (p – tub son, $k \geq 1$) ga teng bo'lgan gruppalar p -gruppalar deb yuritiladi, [2]. Quyida, p -gruppalarni markazi va kommutantini ba'zi xossalarni o'rganamiz.

1-lemma. Agar G chekli p -gruppa bo'lsa, u holda $Z(G) \neq \{e\}$.

Isbot. Lemmani isbotlash uchun G gruppaning markazini aniqlaymiz. Buning uchun, Sinf formulasi (class equation) dan foydalanamiz, unga ko'ra

$$|G| = |Z(G)| + \sum [G : C_G(x_i)],$$

bu yerda yig'indi markazga kirmaydigan qo'shma sinflari bo'yicha olinadi. G gruppaning p -gruppa ekanligi va Lagranj teoremasiga ko'ra, har bir $[G : C_G(x_i)]$ son p ga bo'linadi. Demak, $|G| = p^3$ soni ham p ga bo'lingani uchun $|Z(G)|$ ham p ga bo'linadi. Shunday qilib,

$$|Z(G)| \in \{p, p^2, p^3\},$$

xususan, $Z(G) \neq \{e\}$.

2-lemma. Agar $G/Z(G)$ siklik bo'lsa, u holda G abel gruppasi bo'ladi.

Isbot. Faraz qilaylik,

$$G/Z(G) = \langle gZ(G) \rangle.$$

Unda har bir $x, y \in G$ uchun

$$x = g^i z_1, \quad y = g^j z_2$$

ko'rinish mavjud, bu yerda $z_1, z_2 \in Z(G)$. Markaz elementlari barcha elementlar bilan o'rin almashganligi sababli

$$xy = g^{i+j} z_1 z_2 = g^{i+j} z_2 z_1 = yx.$$

Demak, G abel.

1-natija. Agar $|G| = p^3$ bo'lsa, u holda $|Z(G)| = p^2$ yoki $|Z(G)| = p^3$ bo'lganda G abel bo'ladi.

Isbot. Agar $|Z(G)| = p^3$, u holda $Z(G) = G$, demak G abel gruppasi.

Agar $|Z(G)| = p^2$, u holda

$$|G/Z(G)| = p,$$

ya'ni $G/Z(G)$ siklik. Lemma 2.2 ga ko'ra G abel gruppasi.

Shunday qilib, noabel holat uchun faqat bitta imkoniyat qoladi.

1-xulosa. Agar tartibi p^3 bo'lgan G noabel (nokommutativ) bo'lsa, u holda

$$|Z(G)| = p.$$

2. Noabel holatda markaz va kommutantning tuzilishi

1-teorema. Agar G noabel gruppa bo'lib, $|G| = p^3$ bo'lsa, u holda

$$G/Z(G) \cong C_p \times C_p$$

va

$$G' \leq Z(G),$$

bu yerda C_p – p tartibli siklik gruppa, ya'ni $C_p = \langle a : a^p = e, e \in G \rangle$.

Isbot. Yuqoridagi xulosaga ko'ra $|Z(G)| = p$. Shuning uchun

$$|G/Z(G)| = p^2.$$

Tartibi p^2 bo'lgan har qanday gruppa abel bo'ladi. Demak, $G/Z(G)$ gruppa abel gruppasini ifodalaydi. Bu esa $G/Z(G)$ faktor-gruppada barcha kommutatorlar trivial ekanini bildiradi, ya'ni barcha $x, y \in G$ uchun $[x, y] \in Z(G)$. Bundan esa, $G' \leq Z(G)$ munosabat kelib chiqadi. Bundan tashqari, $G/Z(G)$ siklik bo'la olmaydi, aks holda 2-lemmaga ko'ra G abel bo'lib qolardi. Tartibi p^2 bo'lgan nosiklik abel gruppa yagona tipda bo'ladi:

$$G/Z(G) \cong C_p \times C_p.$$

Teorema isbotlandi.

2-teorema. Agar G noabel va $|G| = p^3$ bo'lsa, u holda

$$G' = Z(G) \cong C_p.$$

Isbot. 1-teoremaga ko'ra $G' \leq Z(G)$. Boshqa tomondan, G noabel bo'lgani uchun $G' \neq \{e\}$. Ammo $|Z(G)| = p$, demak $Z(G)$ ning yagona notrivial qism gruppasi o'zi bo'ladi. Shunday ekan, $G' = Z(G)$ bo'lib, u tartibi p bo'lgan siklik gruppasi ifodalaydi, ya'ni

$$G' = Z(G) \cong C_p.$$

Teorema isbotlandi.

Bu teorema juda muhim natijani beradi, ya'ni $|G| = p^3$ bo'lgan noabel gruppalarda markaz ham, kommutant ham bir xil qism gruppasi ifodalaydi.

Lekin bir nozik jihat bor: faqat markaz va kommutantning o'zi barcha izomorfizm turlarini ajratish uchun yetarli emas. Chunki ikki xil noabel gruppada ham

$$Z(G) = G' \cong C_p$$

bo'lishi mumkin. Shuning uchun yakuniy tasnif uchun qo'shimcha invariant, masalan, elementlar tartibi yoki gruppasi eksponenti kerak bo'ladi.

3. G gruppasi abel gruppasi bo'lgan holatning tasnifi.

Agar G gruppasi abel gruppasi va $|G| = p^3$ bo'lsa, unda chekli abel gruppalarining tuzilish teoremasiga ko'ra quyidagi uch holatgina mumkin:

$$G \cong C_{p^3}, \quad G \cong C_{p^2} \times C_p, \quad G \cong C_p \times C_p \times C_p.$$

Bu holatning har biri uchun,

$$Z(G) = G, \quad G' = \{e\}$$

munosabat o'rinli. Demak, abel gruppalar uchun markaz maksimal, kommutant esa trivial bo'ladi.

4. G gruppasi noabel gruppasi bo'lgan holatning tasnifi.

Endi G gruppasi noabel gruppasi bo'lgan holni qaraymiz. Yuqorida isbot qilganimizdek, bu hol uchun quyidagi munosabatlar o'rinli:

$$Z(G) = G' \cong C_p, \quad G/Z(G) \cong C_p \times C_p.$$

4.1. $p > 2$ bo'lgandagi birinchi noabel bo'lgan hol.

3-teorema. Agar G da p^2 tartibli element mavjud bo'lsa, u holda G quyidagi ko'rinishdagi gruppaga izomorf bo'ladi:

$$G_1 = \langle a, b \mid a^{p^2} = e, b^p = e, b^{-1}ab = a^{1+p} \rangle.$$

Isbot. Faraz qilaylik, $a \in G$ elementning tartibi p^2 bo'lsin. U holda, G gruppasi $A = \langle a \rangle$ siklik qism gruppasini tartibi ham p^2 ga teng bo'lib, $[G:A]$ indeksi p ga teng bo'ladi. Gruppalar nazariyasidan ma'lumki, indeksi p tub songa teng bo'lgan har qanday gruppasi normal gruppasi ifodalaydi. Demak, $A \trianglelefteq G$. Shuningdek, G gruppada uning $A = \langle a \rangle$ qism gruppasiga tegishli bo'lmagan elementi ham mavjud. Chunki, G gruppasi noabel, A esa abel gruppasi bo'ladi. A ga tegishli bo'lmagan elementni b orqali belgilaymiz. G gruppasi A normal qism gruppasi bo'yicha hosil qilgan G/A faktor gruppasining tartibi p tub songa tengligidan G/A gruppasi siklik gruppasi bo'lishi kelib chiqadi, ya'ni

$G/A = \langle bA \rangle$. Bundan, $G = \langle a, b \rangle$ kelib chiqadi. A normalligidan $b^{-1}ab \in A$ munosabat kelib chiqadi. $A = \langle a \rangle$ siklik guruh bo'lgani uchun biror r son topilib, $b^{-1}ab = a^r$ bo'ladi, bu yerda $EKUB(r, p) = 1$, ya'ni a^r ham A ning hosil qiluvchisi bo'ladi. G/A ning tartibi p bo'lgani sababli $bA \in G/A$ ning tartibi ham p . Demak, $(bA)^p = A$, ya'ni $b^p \in A$. Endi $\varphi: A \rightarrow A$ avtomorfizmini

$$\varphi(x) = b^{-1}xb$$

bilan aniqlaymiz. U holda, $\varphi(a) = a^r$. Shuningdek, $b^p \in A$ va A abel bo'lgani uchun b^p orqali ichki avtomorfizm A da trivial bo'ladi, ya'ni $\varphi^p = \text{id}_A$. Bundan,

$$a = \varphi^p(a) = a^{r^p}$$

tenglikka ega bo'lamiz. Demak, $r^p \equiv 1 \pmod{p^2}$.

Endi r ni p modul bo'yicha qidiramiz. $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$ gruppasi tartibi $p-1$, u esa p ga bo'linmaydi. Shuning uchun unda tartibi p ni

bo'luvchisi bo'lgan yagona element birlik munosabatlarga ega bo'lamiz. Endi elementdir. Bundan kommutatorni hisoblaymiz:

$$r \equiv 1 \pmod{p}$$

$$[a, b] = a^{-1}b^{-1}ab = a^{-1}a^{1+p} = a^p.$$

kelib chiqadi. Demak, r ni $r = 1 + mp$ ko'rinishda yozish mumkin, bu yerda

Demak, $G' \supseteq \langle a^p \rangle$. Boshqa tomondan, $|G| = p^3$ bo'lgan noabel guruh uchun ma'lumki,

$m \in \{0, 1, \dots, p-1\}$. Agar $m = 0$ bo'lsa, u holda $r = 1$, ya'ni

$$|Z(G)| = p, \quad G' = Z(G).$$

$$b^{-1}ab = a,$$

Shuning uchun a^p markaziy element bo'lib, $\langle a^p \rangle$ tartibi p ga teng. Endi $b^p \in A$ ekanidan va b^p markaziy bo'lishidan $b^p \in Z(G) = \langle a^p \rangle$ kelib chiqadi. Demak, biror λ son uchun $b^p = a^{\lambda p}$. Endi $c = ba^{-\lambda}$ deb olamiz. Nilpotentlik klassi 2 bo'lgan guruh uchun standart formula mavjud:

demak, $ab = ba$. Bu esa $G = \langle a, b \rangle$ abel bo'lishini bildiradi. Bu esa farazimizga zid. Shuning uchun m ni p ga karrali bo'lmagan qilib olamiz, ya'ni $m \not\equiv 0 \pmod{p}$. Natijada,

$$(xy)^p = x^p y^p [y, x]^{\binom{p}{2}}.$$

$$b^{-1}ab = a^{1+mp}, \quad m \not\equiv 0 \pmod{p}$$

munosabatga ega bo'lamiz.

Uni $x = b$, $y = a^{-\lambda}$ uchun qo'llaymiz:

Endi $1 + mp$ ko'rsatkichni $1 + p$ ga keltiramiz. Buning uchun, $m \not\equiv 0 \pmod{p}$ bo'lgani uchun uning modul p bo'yicha teskari elementi mavjud. Demak, shunday s son mavjudki,

$$c^p = (ba^{-\lambda})^p = b^p a^{-\lambda p} [a^{-\lambda}, b]^{\binom{p}{2}}.$$

Lekin $[a, b] = a^p$ markaziy va tartibi p bo'lgan element. Agar $p > 2$ bo'lsa,

$$sm \equiv 1 \pmod{p}$$

$$\binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

bo'ladi. Endi b o'rniga $\tilde{b} = b^s$ elementni olamiz. s soni p bilan o'zaro tub bo'lgani uchun $\tilde{b}A$ ham G/A ning hosil qiluvchi bo'lib qoladi. Yangi hosil qiluvchi bilan ta'sir quyidagicha bo'ladi:

soni p ga bo'linadi. Shuning uchun

$$\tilde{b}^{-1}a\tilde{b} = a^{r^s}$$

$$[a^{-\lambda}, b]^{\binom{p}{2}} = e.$$

bu yerda $r = 1 + mp$. Binomial formulaga ko'ra,

Demak,

$$(1 + mp)^s \equiv 1 + smp \pmod{p^2}.$$

$$c^p = b^p a^{-\lambda p} = a^{\lambda p} a^{-\lambda p} = e.$$

Lekin $sm \equiv 1 \pmod{p}$, shuning uchun

Bundan tashqari, $a^{-\lambda}$ markaz bilan bir xil faktor-guruhda yotgani sababli c ning a ga ta'siri o'zgarmaydi, ya'ni

$$1 + smp \equiv 1 + p \pmod{p^2}.$$

$$c^{-1}ac = a^{1+p}.$$

Demak, hosil qiluvchilarni mos ravishda almashtirish orqali

Shunday qilib, b o'rniga c ni olib, $b^p = e$ deb qabul qilish mumkin. Natijada quyidagi munosabatlarga ega bo'lamiz:

$$b^{-1}ab = a^{1+p}$$

$$a^{p^2} = e, \quad b^p = e, \quad b^{-1}ab = a^{1+p}.$$

holga keltirish mumkin. Yuqoridagi

Endi quyidagi abstrakt guruhni qaraymiz:

mulohazalardan, $a^{p^2} = e$, $b^{-1}ab = a^{1+p}$

$$P = \langle x, y \mid x^{p^2} = e, y^p = e, y^{-1}xy = x^{1+p} \rangle.$$

Yuqoridagi qurilishdan ko‘rinadiki, G da a, b elementlar mavjud bo‘lib, ular aynan shu munosabatlarni qanoatlantiradi. Shuning uchun

$$\varphi: P \rightarrow G, \quad \varphi(x) = a, \quad \varphi(y) = b$$

ko‘rinishdagi gomomorfizm mavjud. Bu gomomorfizm sur‘ektiv, chunki

$$G = \langle a, b \rangle.$$

Endi P ning har qanday elementini $x^i y^j$ ko‘rinishga keltirish mumkin. Haqiqatan ham,

$$yx = x^{1+p}y.$$

Shuning uchun barcha y larni o‘ng tomonga surib chiqish mumkin. Bu yerda

$$0 \leq i < p^2, \quad 0 \leq j < p.$$

Demak,

$$|P| \leq p^2 \cdot p = p^3.$$

Boshqa tomondan, $\varphi: P \rightarrow G$ sur‘ektiv va $|G| = p^3$. Shuning uchun $|P| \geq p^3$ bo‘lib,

$|P| = p^3$ kelib chiqadi. Bir xil tartibli chekli gruppalar orasidagi sur‘ektiv gomomorfizm izomorfizm bo‘ladi. Demak, $P \cong G$.

Shuning uchun,

$$G \cong \langle a, b \mid a^{p^2} = e, b^p = e, b^{-1}ab = a^{1+p} \rangle.$$

Isbot tugadi.

Bu gruppaga uchun

$$Z(G_1) = G_1' = \langle a^p \rangle \cong C_p.$$

Bu gruppani $C_{p^2} \rtimes C_p$ ko‘rinishidagi yarim to‘g‘ri ko‘paytma sifatida ham qarash mumkin.

4.2. $p > 2$ bo‘lgandagi ikkinchi noabel tur

Agar G ning barcha notrivial elementlari tartibi p bo‘lsa, u holda G quyidagi gruppaga izomorf bo‘ladi:

$$G_2 = \langle x, y, z \mid x^p = y^p = z^p = e, [x, y] = z, [x, z] = [y, z] = e \rangle.$$

Bu gruppaga uchun

$$Z(G_2) = G_2' = \langle z \rangle \cong C_p.$$

Bu gruppaga ko‘pincha Geisenberg gruppasi sifatida qaraladi. Uning matritsaviy modeli:

$$G_2 \cong \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} : a, b, c \in \mathbb{F}_p \right\}.$$

Bu modelda markaz ham, kommutant ham

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} : c \in \mathbb{F}_p \right\}$$

ga teng bo‘ladi.

4.3. $p = 2$ holi

Agar $p = 2$ bo‘lsa, $|G| = 8$. Bu holda abel gruppalar:

$$C_8, \quad C_4 \times C_2, \quad C_2 \times C_2 \times C_2.$$

Noabel gruppalar esa

$$D_8 \quad \text{va} \quad Q_8.$$

Bu yerda:

- D_8 – dihedral gruppaga;
- Q_8 – kvaternion gruppaga.

Har ikkisi uchun ham

$$Z(G) = G' \cong C_2.$$

Masalan,

$$Z(D_8) = D_8' = \langle r^2 \rangle, \quad Z(Q_8) = Q_8' = \{\pm 1\}.$$

Demak, $p = 2$ holatda ham noabel gruppalar uchun markaz va kommutant bir xil tipga ega.

5. Xulosa.

Xulosa o‘rinda yuqoridagi natijalarni birlashtirib, $|G| = p^3$ bo‘lgan barcha gruppalar uchun quyidagi tasnifga ega bo‘lamiz:

Agar $|G| = p^3$ bo‘lsa, u holda G izomorfizmga quyidagi gruppalardan biriga teng:

Kommutativ bo‘lgan holat:

$$C_{p^3}, \quad C_{p^2} \times C_p, \quad C_p \times C_p \times C_p.$$

Nokommutativ holat:

- agar $p > 2$ bo'lsa:

$$\langle a, b \mid a^{p^2} = e, b^p = e, b^{-1}ab = a^{1+p} \rangle,$$

yoki

$$\langle x, y, z \mid x^p = y^p = z^p = e, [x, y] = z, [x, z] = [y, z] = e \rangle;$$

- agar $p = 2$ bo'lsa, D_8 , Q_8 .

Bundan tashqari, quyidagilar bajariladi:

1. G kommutativ bo'lsa, $Z(G) = G$, $G' = \{e\}$;
2. G nokommutativ bo'lsa, $Z(G) = G' \cong C_p$, $\frac{G}{Z(G)} \cong C_p \times C_p$

4. **Yakov Berkovich** *Groups of Prime Power Order* // Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, 10785 Berlin, Germany, 2008 y,
5. **L. Glebsky** *p-quotients of the G.Higman group* //arxiv.org/abs/1604.06359v1
6. **Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K.**, *Fundamentals of abstract algebra, (Textbook)- WCB McGraw-Hill, 1997.- p.636*
7. **Kurzweil, H., Stellmacher, B.** (2004). *p-Groups and Nilpotent Groups* // In: The Theory of Finite Groups. Universitext. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/0-387-21768-1_5
8. **Blackburn, S. R.** Groups of Prime Power Order with Derived Subgroup of Prime Order. *Journal of Algebra*. 1999; 219: 625–657.

Mualliflar haqida ma'lumot

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. **Ayupov A.Sh., Omirov B.A., Xudoyberdiev A.X., Haydarov F.H.**, *Algebra va sonlar nazariyasi (o'quv qo'llanma)*, Toshkent, «Tafakkur bo'stoni», 2019 y.-296 bet..
2. **Ayupov A.Sh., Omirov B.A., Xudoyberdiev A.X.**, *Abstrakt algebra, (o'quv qo'llanma)*, Toshkent, 2019 y.- 244 b.
3. **George Isaac Glauberman** *Normalizer of p-subgroups in finite groups* // *Pacific Journal of Mathematics* Vol. 29, No. 1.,1969
1. Jo'raboyev Saidaxbor Solijonovich, Farg'ona davlat universiteti, Matematika kafedrası dotsenti, f.m.f.b.f.d., (PhD), E-mail: saidaxbor.juraboyev@mail.ru; Tel. +99893-480-28-88
2. Abdumutalipova Mohira Abdumalik qizi, Farg'ona davlat universiteti, Matematika yo'nalishi ikkinchi bosqich talabasi, E-mail: moxira875@gmail.com; Tel. +99891-881-19-56